

**Stochastik**

Rauch- und Brandmelder gehören zu den wichtigsten Sicherheitselementen bei der Gebäudeautomation. Ihre Aufgabe ist es, entstehende Brände schnell und zuverlässig zu detektieren. Ihr Vorteil besteht darin, dass auch in Abwesenheit von Personen ein Brand früh erkannt wird und die Feuerwehr diesen oft noch in der Entstehungsphase löschen kann. Leider gibt es auch immer wieder Fehlalarme durch diverse Fehlinterpretationen der automatischen Brandmelder.

**Aufgaben**

- 1.1 In der Kleinstadt W. wurde die Freiwillige Feuerwehr in einem Jahr genau 170-mal alarmiert. Es sei vorausgesetzt, dass diese Alarme unabhängig voneinander zufällig erfolgten.

Es gab Tage, an denen 0, 1, 2 oder mehr als 2-mal Alarme ausgelöst wurden.

Erläutern Sie, warum der folgende Term die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass an

einem Tag genau zwei Alarme stattfanden:  $\binom{170}{2} \cdot \left(\frac{1}{365}\right)^2 \cdot \left(\frac{364}{365}\right)^{168}$ .

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass an einem Tag 0, 1 und mehr als zwei Alarme stattfanden und bestimmen Sie jeweils den Erwartungswert für die Anzahl dieser Tage.

- 1.2 In dieser Aufgabe wird mit dem Modell „Binomialverteilung“ gearbeitet. Geben Sie einen Grund an, warum das Modell in diesem Sachzusammenhang auch infrage gestellt werden könnte.

- 1.3 In der größeren Stadt C. gab es ca. 100 Tage im Jahr, an denen kein Feuerwehralarm erfolgte. Berechnen Sie auf der Grundlage dieser Information, wie oft die Feuerwehr ungefähr im Laufe eines Jahres alarmiert wurde.

**(12 BE)**

2. Leiten Sie aus der Information (A) in Material 1 her, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Brandmelder an einem Tag einen Fehlalarm auslöst, ca. 0,00274 % beträgt. Überprüfen Sie rechnerisch die Aussage (B) in Material 1 für eine angenommene Anzahl von 3800 Brand-Detektoren.

**( 7 BE)**

3. Die Verteilung der Alarme auf die Wochentage in W. zeigt das Diagramm in Material 2. Moritz behauptet: „Am Donnerstag finden signifikant mehr Alarme statt als an den anderen Wochentagen.“

Beurteilen Sie diese Aussage, erläutern Sie Ihre Überlegungen mit geeigneten Rechnungen.

**(11 BE)**

## Material 1

Wo Rauch ist, ist nicht immer Feuer

[...]

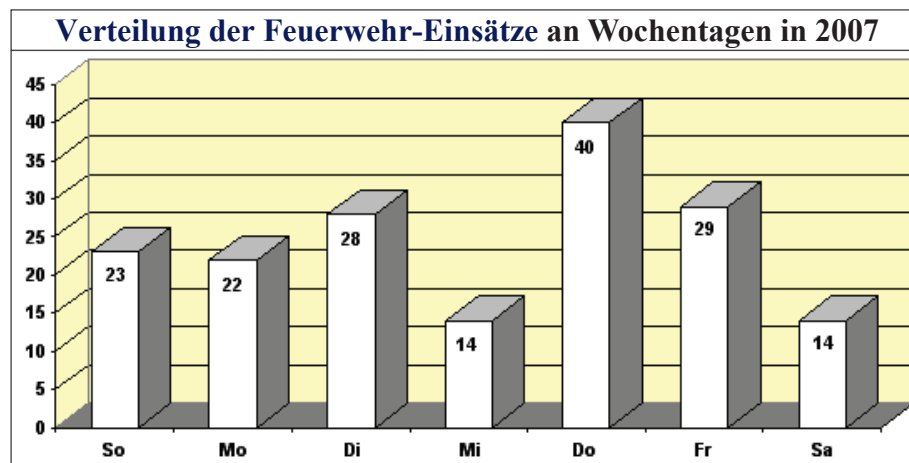
„Fehlalarme müssen möglichst ausgeschlossen werden“, betont der Experte. Das ist jedoch alles andere als einfach. [...] Bis vor kurzem galt als Stand der Technik, wenn ein Brandmelder etwa alle 100 Jahre (A) einen Fehlalarm auslöst.

Doch was bedeutet dies für ein großes Hotel, eine Industrieanlage oder einen Flughafen mit mehreren tausend Detektoren? Dutzende von Fehlalarmen jedes Jahr (B) und im Extremfall die Evakuierung mit enormen Folgekosten. [...]

Quelle: [http://w4.siemens.de/FuI/de/archiv/zeitschrift/heft1\\_99/artikel03/index.html](http://w4.siemens.de/FuI/de/archiv/zeitschrift/heft1_99/artikel03/index.html)

Hinweis: Die Markierungen (A) und (B) sowie die Unterstreichungen fehlen im Original.

## Material 2



Quelle: <http://www.feuerwehr-warburg.de/frame.html>

## Material 3

**Tabelle zur Binomialverteilung**Parameter:  $n = 170$ ;  $p = 1/7$ 

k	B(170,1/7,k)	F(170,1/7,k)
0	0,0000	0,0000
1	0,0000	0,0000
2	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0001
9	0,0001	0,0002
10	0,0003	0,0005
11	0,0007	0,0012
12	0,0016	0,0027
13	0,0032	0,0059
14	0,0059	0,0118
15	0,0103	0,0221
16	0,0166	0,0386
17	0,0250	0,0636
18	0,0354	0,0990
19	0,0472	0,1462
20	0,0594	0,2056
21	0,0707	0,2763
22	0,0798	0,3561
23	0,0856	0,4417
24	0,0874	0,5291
25	0,0851	0,6142
26	0,0791	0,6933
27	0,0703	0,7635
28	0,0598	0,8233
29	0,0488	0,8722
30	0,0382	0,9104
31	0,0288	0,9392
32	0,0208	0,9600
33	0,0145	0,9745
34	0,0098	0,9843
35	0,0063	0,9906
36	0,0039	0,9946
37	0,0024	0,9969
38	0,0014	0,9983
39	0,0008	0,9991
40	0,0004	0,9995
41	0,0002	0,9998
42	0,0001	0,9999
43	0,0001	0,9999
44	0,0000	1,0000
45	0,0000	1,0000