Name:

Thema:	**Lineare Algebra und analytische Geometrie** (Gauß-Algorithmus, Vektoren, lineare Ab- / Unabhängigkeit, Parameterdarstellung von Geraden und Ebenen, Vektoren mit Formvariablen, gegenseitige Lage von Geraden, vektorieller Ansatz für elementargeometrische Probleme)
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Taschenrechner **(ohne Grafik; nicht programmierbar)**,
Beachte:	a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte; insgesamt 47+2 Punkte

Aufgaben:

1)

a) Untersuchen Sie, für welche $a \in \Re$ der Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} a-1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dargestellt werden kann.

b) Untersuchen Sie, ob die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 22 \end{pmatrix}$ linear abhängig sind.

(5+3 Punkte)

---

2) In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A(3; 0; 0), B(0; 6; 0) C(3; 6; 6) und P(3; 1; 1) gegeben.

a) Stellen Sie die Gleichung der Geraden g, die durch die Punkte A und C verläuft auf.

b) Zeigen Sie, dass der Punkt P auf der Geraden g liegt. Begründen Sie, dass P zwischen A und C liegt.

c) Analysieren Sie, in welchem Verhältnis der Punkt P die Strecke $\overline{AC}$ teilt.

d) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D so, dass das Viereck ABCD (in dieser Reihenfolge) ein Parallelogramm bildet.

(2+2+2+2 Punkte)

© Europa-Schule Dr. Obermayr

3) Untersuchen Sie die beiden Geraden g und h mit g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und

h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ auf ihre Lage. Geben Sie, falls sie sich schneiden,

den Schnittpunkt an. (8 Punkte)

---

4) Entwickeln Sie eine Parametergleichung der Ebene E, die durch die Punkte A(2|0|3), B(1|-1|5), C(3|-2|0) festgelegt ist.

(3 Punkte)

---

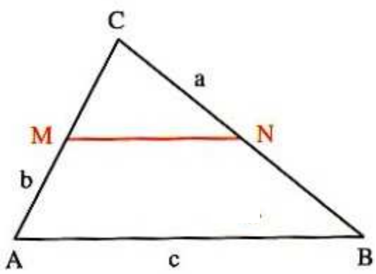
5) Die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und die Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

schneiden sich. Berechnen Sie den Durchstoßpunkt S.

(6 Punkte)

---

6) In einem Dreieck ABC sind M und N die Mittelpunkte der Seiten b und a.
Beweisen Sie mit Vektor-Ansatz: Die Strecke MN ist parallel zur Dreiecksseite c und halb so lang wie diese



(6 Punkte)

---

7) Gegeben ist die Geradenschar $g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} a \\ 1+a \\ -a \end{pmatrix} \quad a, r \in \Re$

a) Beschreiben Sie die Lage der Geraden der Schar g_a.

(8 Punkte)

---

*Zusatzaufgaben (bitte erst bearbeiten, **wenn alle anderen Aufgaben aus Ihrer Sicht ordentlich gelöst sind**)*

b) Gegeben ist die Gerade h mit $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die Gerade aus der Geradenschar g_a, die parallel zur Geraden h verläuft. Überprüfen Sie, ob sie sogar identisch mit h ist.

c) „Es gibt keine Gerade der Geradenschar g_a, die die Gerade h einmal schneidet.“ Überprüfen Sie diese Aussage.