

Name:

Thema: Stochastik (bedingte Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik, Erwartungswert, Standardabweichung, Binomialverteilung, Einführung Testen von Hypothesen)

Lehrer: C. Schmitt

Bearbeitungszeit: 135 Minuten

Hilfsmittel: Taschenrechner (**ohne Grafik; nicht programmierbar**), Formelsammlung, Tafel für Binomialsammenfunktion.

Beachte: a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein.

b) **Wahrscheinlichkeiten immer in Prozent (2 Dezimale) angeben.**

c) Zwei Formpunkte; insgesamt 77+2 Punkte

Aufgaben:

- 1) Ein Knopf wird 100-mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit für „Vorderseite“ beträgt 0,4. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt „Rückseite“
- a) mehr als 60-mal b) mindestens 50-mal und höchstens 70-mal c) genau 55-mal
- d) Berechnen Sie den Erwartungswert für „Rückseite“ (mit der Formel).
(1,5+2+1,5+1 Punkte)

- 2) Notieren Sie bitte die Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Bernoulli-Kette der Länge 3 und Trefferwahrscheinlichkeit p in einer Tabelle. Bestimmen Sie damit den Erwartungswert μ .
- (3+3 Punkte)

- 3) Beim Spiel „Werfen von Sechsen“ werden drei ideale Würfel gleichzeitig geworfen. Jeder Würfel, der bei diesem ersten Wurf eine Sechs zeigt, bleibt liegen. Mit den anderen Würfeln wird – falls nicht alle Würfel beim ersten Wurf schon Sechs zeigen – ein zweites Mal gleichzeitig geworfen. Danach ist das Spiel zu Ende.
- a) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für „keine Sechs“ bei diesem Spiel etwa 33,49% ist.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von „genau eine Sechs“ bei diesem Spiel. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.
- (1+6 Punkte)

- 4) Die Angehörigen eines Betriebes werden nach zwei Merkmalen eingeteilt, nach ihrem Geschlecht und nach ihren Rauchgewohnheiten. Es sei R die Menge der Raucher und F die Menge der Frauen.

	F	\bar{F}	Summe
R	200	800	1000
\bar{R}	300	200	500
Summe	500	1000	1500

Zum Betriebsarzt kommt eine Frau;

- a) Untersuchen Sie bitte mit dem Satz von Bayes, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Dame eine Raucherin ist.
- b) Klären Sie auch, ob die Merkmale „Raucher“ und „Frau“ voneinander abhängig sind.
- (6+1 Punkte)

- 5) Viele Internetnutzer klagen über Spam-Mails (S); wir gehen von 90% Spam-Mails aus (der Rest sind „gute“ Mails).
Außerdem komme in 40% der Spam-Mails das Wort „Hauptgewinn“ (H) vor; in 1% der „guten“ Mails komme ebenfalls das Wort „Hauptgewinn“ vor.
- Entwickeln Sie bitte eine geeignete Vierfeldertafel für die Wahrscheinlichkeiten.
 - Man erhält eine Mail, in der das Wort „Hauptgewinn“ vorkommt. Untersuchen Sie bitte mit Hilfe des Satzes von Bayes, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Mail eine Spam-Mail ist.
 - Klären Sie auch, ob die Merkmale „Hauptgewinn“ und „Spam“ voneinander abhängig sind.
- (11+4+1 Punkte)

-
- 6) Ein Fernsehsender strahlt mehrmals am Tag Nachrichtensendungen aus. Der Anteil derjenigen Personen in der Bevölkerung, die diese Sendung kennen, sei p .
- Es sei $p=0,25$. Ein Reporter des Senders befragt Personen auf der Straße, ob ihnen die Sendungen bekannt sind oder nicht (es sind nur diese beiden Antworten möglich). Erklären Sie, warum man diese Befragung als binomialverteiltes Zufallsexperiment auffassen kann.
 - Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 20 befragten Personen ($p=0,25$)
 - genau 14 die Sendung nicht kennen,
 - höchstens 10 Personen die Sendungen bekannt sind,
 - nur der achte und der zwölfte Befragte die Sendungen kennen.
 - Die Frühausgabe der Nachrichtensendung hat einen Bekanntheitsgrad von $p=2\%$. Berechnen Sie die Zahl der Personen, die der Reporter mindestens nach der Bekanntheit dieser Sendung befragen müsste, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90% mindestens eine positive Antwort erhält.
- (1+3,5+8 Punkte)

-
- 7) Nach einem großen Sportfest mit 1500 teilnehmenden Sportlern sollen Dopingtests durchgeführt werden. Dazu werden die Urinproben von 10% der teilnehmenden Sportler auf Doping untersucht. Im Folgenden soll angenommen werden, dass ca. 12% der Sportler Dopingmittel einnehmen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in der Stichprobe die Anzahl der positiv getesteten Sportler genau dem Erwartungswert entspricht.
- (7,5 Punkte)

-
- 8) Eine Druckerei geht bei Buchlieferungen von 10% Mängel Exemplaren aus
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Karton mit 20 Büchern kein Mängel Exemplar ist?

Zur Überprüfung der Lieferungen werden zwei Prüfpläne vorgeschlagen:

A: Die Lieferung wird abgelehnt, wenn in einer Stichprobe von 10 Stück mindestens ein Mängel Exemplar ist.

B: Die Lieferung wird abgelehnt, wenn in einer Stichprobe von 50 Stück mindestens 5 Mängel Exemplare sind.

Entscheiden Sie jeweils:

- Welchen Prüfplan sollte die Buchhandlung wählen, wenn man davon ausgehen kann, dass die Angabe der Druckerei (10% Ausschuss) stimmt?

- Welchen Prüfplan sollte die Buchhandlung wählen, wenn sich der Verdacht ergibt, dass der Ausschussanteil in Wirklichkeit 20% ist?

(1+6+8 Punkte)