

Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 3

Themen:	Differenzialgleichungen
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	90 Minuten (2 Unterrichtsstunden)
Hilfsmittel:	Taschenrechner (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung.
Beachte:	a) Der Rechenweg muss bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte c) Schmierzettel werden nicht eingesammelt

Aufgaben:

- 1) Ein Auto verliert pro Jahr etwa 15% an Wert.
Berechnen Sie bitte, in welchem Zeitraum der derzeitige Wert eines Autos auf die Hälfte sinkt.

(2 P)

- 2) Ermitteln Sie alle Lösungen der Differenzialgleichung $f'(x) = -\frac{f(x)}{8}$
(ohne besonderes Verfahren, d.h. im Kopf durch „sinnvolles Probieren“).

Entscheiden Sie, welche der Lösungen die Bedingung $f(-8) = 2e$ erfüllt.

(4 P)

- 3) Untersuchen Sie, ob die Funktion $f(x) = 4 + 2 \cdot e^{-3x}$ die Differenzialgleichung $f'(x) = 3 \cdot [4 - f(x)]$ löst.

(3 P)

- 4) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$f'(x) \cdot f(x) = 2 \cdot e^{2x} \quad \text{durch Separation.}$$

Geben Sie die spezielle Lösung der Gleichung für $f(0) = 2$ an.

(4 P)

- 5) Bestimmen Sie jeweils die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung durch **Separation**

a) $f'(x) = 5x^2 \cdot f(x)$

(3 P)

b) $f'(x) - 3x = 4x^2$

(3 P)

- 6) Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differenzialgleichung

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot f(x) + 1$$

und zeichnen Sie eine mögliche Lösungskurve.

Entscheiden Sie, welcher Funktionstyp aufgrund Ihrer Zeichnung Lösung sein kann.

(6 P)

7) $f'(x) \cdot \sqrt{x} + f(x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \cos x \quad \text{für } x > 0$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung
(Separation nicht verlangt; integrieren und lösen Sie trotzdem;
Zusatzpunkte für die Probe, falls alle anderen Aufgaben bearbeitet).

(4 P)

-
- 8) Bestimmen Sie bitte alle Funktionen f , für die gilt:
Die Tangente an den Graphen von f an der Stelle x verläuft durch den Punkt $P(0|-1)$
(6 P)

-
- 9) Ein Teich kann höchstens 1000 Fischen Lebensraum geben. Am Anfang sind nur 10 Fische im Teich. Diese vermehren sich so, dass die Wachstumsrate 10% des Unterschiedes zwischen 1000 und dem betreffenden Fischbestand beträgt. Die Einheit auf der Zeitachse ist das Jahr.
- a) Analysieren Sie bitte, welche Funktion den Fischbestand beschreibt. (8 P)
- b) Berechnen Sie dann, nach wie vielen Jahren 990 Fische zu erwarten sind. (3 P)
- c) Diskutieren Sie auch einen Bestand von 1000 Fischen. (1 P)
-

insgesamt 47+2 Punkte

Das wird die letzte Mathematikarbeit Ihrer ganzen Schulzeit!

