

Didaktischer Kommentar zum Lernpfad: Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Thema des Lernpfades

Der Lernpfad behandelt eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und deren Grundbegriffe, wie Zufallsexperiment, Ergebnis, Ergebnismenge, Ereignis, Wahrscheinlichkeit und Laplace-Experiment. Der Fokus des Lernpfades liegt bei der Begriffsbildung dieser Grundbegriffe. Es ist zu beachten, dass es sich um eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung handelt, so dass nur einfache und einstufige Zufallsexperimente betrachtet und bearbeitet werden.

Zeitliche Planung

Da es sich hierbei um einen Lernpfad handelt, erarbeiten sich die SuS die Thematik größtenteils selbstständig und sind für eine angemessene Dokumentation ihrer Lösungswege, Ergebnisse und Definitionen zuständig. Daher können die SuS ihr Lerntempo möglichst selber bestimmen, um eine gute Differenzierung nach den unterschiedlichen Niveaustufen zu erreichen.

Jedoch sollte ein grober zeitlicher Rahmen von etwa 7-9 Schulstunden von der Lehrkraft vorgegeben werden, um eine anhaltende und zügige Erarbeitung des Lernpfades zu motivieren.

Die Einteilung der Zeiteinheiten kann Lernabschnittsweise (unterteilt in den verschiedenen Unterseiten des Lernpfades) geschehen. Eine beispielhafte Zeiteinteilung kann folgendermaßen aussehen:

Schulstunde	Zu bearbeitende Themenabschnitte	Lernziel
1	Einstiegsproblem	Die SuS finden anhand eines lebensnahen Beispiels ein alltägliches Beispiel, in dem Zufälle und Wahrscheinlichkeiten eine Rolle spielen
2	Zufallsexperiment	Die SuS kennen die Definition von Zufallsexperimenten und können diese von anderen Vorgängen unterscheiden, die keine Zufallsexperimente sind
3	Ergebnis und Ergebnismenge	Die SuS kennen die Definition und Schreibweise von Ergebnis und Ergebnismenge und können diese von verschiedenen Zufallsexperimenten aufschreiben
4	Ereignis	Die SuS kennen die Definition von Ereignissen als eine Teilmenge von der Ergebnismenge und können Ereignismengen zu gegebenen Ereignissen und Experimenten bilden
5	Wahrscheinlichkeit	Die SuS kennen die Definition von Wahrscheinlichkeit und verstehen das Grundprinzip das Gesetz der großen Zahlen, um aus relativen Häufigkeiten die theoretischen Wahrscheinlichkeiten herleiten zu können
6	Laplace-Experiment	Die SuS kennen die Definition von Laplace-Experimenten und können diese von

		anderen Zufallsexperimenten unterscheiden. Mithilfe des Zählprinzips können die SuS Ereignissen eine Wahrscheinlichkeit zuordnen
7	Abschlusstest	Selbstkontrolle für die SuS, um eventuell bestimmte Themenabschnitte eigenständig zu wiederholen

Je nach Stärke und Homogenität der Lerngruppe sind längere oder kürzere Bearbeitungsphasen denkbar. Es ist ratsam, die nicht beendeten Themenabschnitte als Hausarbeit bearbeiten zu lassen, damit in der nächsten Schulstunde alle SuS im Zeitplan weiterarbeiten können.

Einordnung in den Rahmenlehrplan

Die Thematik des Lernpfades ist im Berliner Rahmenlehrplan der Sek I unter dem Themenabschnitt *P8 7/8 – Mit dem Zufall rechnen* einzuordnen. Der Lernpfad wurde daher für SuS der achten Klassenstufe konzipiert.

Bezug zu Standards Kompetenzen

Der Lernpfad stellt lediglich eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung dar und orientiert sich daher zur Förderung der Kompetenzen der ersten Niveaustufe. Folgende Kompetenzen sind dem Berliner RLP entnommen und die SuS sollen nach dem Lernpfad in der Lage sein, die Kompetenzen zu besitzen:

- *verwenden die Begriffe: Ergebnis, Ereignis und Ergebnismenge zur Beschreibung von Zufallsexperimenten*
- *schätzen Wahrscheinlichkeiten durch Bestimmen relativer Häufigkeiten*
- *beschreiben einfache Zufallsexperimente durch die Angabe einer angemessenen Ergebnismenge*
- *berechnen Laplace-Wahrscheinlichkeiten durch Abzählen der für das Ereignis günstigen Fälle und der insgesamt möglichen Fälle*

(Technische) Rahmenbedingungen

Da es sich bei dem Lernpfad um ein Online-Medium handelt, werden onlinefähige Geräte (idealerweise PCs, Laptops oder Tablets) benötigt.

Es ist dabei sinnvoll, wenn zwei SuS an einem Gerät arbeiten, da einige Aufgaben einen partnerschaftlichen Austausch beinhalten und so garantiert werden kann, dass je zwei SuS gleichzeitig die Aufgabe bearbeiten.

Da der Lernpfad verschiedene Medien zum Ansprechen verschiedener Lerntypen anbietet, sind auch einige Videos auf dem Lernpfad verlinkt oder vorhanden, die auditive Erklärungen beinhalten. Um diese bei der Bearbeitung einbeziehen zu können, sind Kopfhörer notwendig, um eine ruhige Lernatmosphäre zu gewährleisten.

Zum Umgang mit dem Lernpfad

Die SuS sollen in der Unterrichtszeit den Lernpfad in Partnerarbeit unter den gegebenen Themenabschnitten, die unter Zeitplanung beispielsweise vorgestellt wurden bearbeiten. Dabei sollen sie ihre Bearbeitungszeit frei einteilen können, um eine gute Differenzierung zu erhalten. Die leistungstärkere SuS schaffen in der Unterrichtszeit mehr Aufgaben auf den Unterseiten zu bearbeiten und können auch den Lernpfad weiter zu dem nächsten Themengebiet bearbeiten.

Die Lehrkraft hat in der Unterrichtszeit eine Rolle des Lerncoaches inne, der die SuS bei Fragen und Lernphasen zur Seite steht. Die SuS sollen aber zunächst versuchen mögliche Fragen untereinander zu klären und erst als letzte Instanz die Lehrkraft um Hilfe oder Anregung bitten.

Am Ende des Unterrichts (ca. 3-5 Minuten), soll die Lehrkraft die Bearbeitungszeit beenden und die SuS zum Ausfüllen der Checkliste anhalten. Dies soll die Selbsteinschätzungskompetenz der SuS fördern und eine Wiederholung der Themengebiete anregen, in dem sich die SuS noch unsicher einschätzen.

Didaktisch-Methodische Vorgehensweise und Begründung

Der Lernpfad führt die Wahrscheinlichkeitsrechnung zunächst mit dem frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff ein. Dies ist vor allem in der *Einstiegsaufgabe* und der Unterseite *Wahrscheinlichkeit* umgesetzt, die die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten mithilfe des Gesetzes der großen Zahlen erläutert.

Die Wahl dieses Ansatzes ist durch die universelle Anwendbarkeit des Gesetzes der großen Zahlen begründet. Egal welches Zufallsexperiment vorliegt, die SuS haben eine Vorstellung, wie man zu den theoretischen Wahrscheinlichkeiten gelangt. Sie können sogar durch eigenes Experimentieren und mehrerer Durchgänge eines Zufallsexperiments die gesuchten Wahrscheinlichkeiten enaktiv abschätzen, welches die Begrifflichkeit der Wahrscheinlichkeit erlebbarer macht.

Jedoch wird im letzten Themenabschnitt auch der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff anhand von Laplace-Experimenten eingeführt. Einerseits ist dies der klassische Weg im Unterricht die Stochastik einzuführen und es existieren daher eine Vielzahl von Aufgaben, die im Unterricht behandelt werden. Andererseits ist es sehr nützlich für die SuS neben den frequentistischen auch den klassischen Begriff kennen- und anwenden zu lernen, da die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten einfacher und ohne große Zeitaufwand bei Laplace-Experimenten ist.

Durch die Einführung der beiden Wahrscheinlichkeitsbegriffe haben die SuS ein größere Auswahlmöglichkeiten an Lösungsansätzen, auf die sie zurückgreifen können. Außerdem ist es möglich Zufallsexperimente und alltagsnähere Beispiele im Unterricht zu behandeln, die keine Laplace-Experimente sind. Es muss aber beachtet werden, dass bei Lösungswegen die SuS ihren gewählten Ansatz begründen müssen. Dadurch wird sichergestellt, dass die SuS stets reflektieren, welcher Wahrscheinlichkeitsbegriff in der gegebenen Aufgabenstellung am besten angewendet wird.

Die SuS sollen den Lernpfad im Unterricht zu zweit an einem Gerät bearbeiten, damit sie sich gegenseitig helfen können und eine Kommunikation über mathematische Sachverhalte angeregt wird. Die Partnerarbeit soll dabei auch das selbstregulierte Lernen fördern, da die SuS durch den gegenseitigen Austausch soweit wie möglich auf die Hilfe der Lehrkraft verzichten sollen.

In der gesamten Bearbeitungszeit sollen die SuS am Ende der Unterrichtsstunden angehalten werden, die Checkliste zur Selbstkontrolle über den Lernfortschritt wahrheitsgemäß auszufüllen. Dies soll, wie die Partnerarbeit, dazu dienen das selbstregulierte Lernen zu fördern. Die Checkliste soll bei der Reflexion der Themen hilfreich sein und als Hilfsmittel zur Selbsteinschätzung dienen. Falls SuS sich in einem Aufgabengebiet unsicher fühlen, sollen sie angehalten und motiviert werden, die thematischen Unterseiten zu wiederholen und sich die Aufgaben samt Lösungswegen noch einmal nachzuvollziehen. Wichtig ist dabei, dass die Checkliste als motivierendes Hilfsmittel zur Förderung der Selbsteinschätzung eingesetzt und nicht als Bewertungsmaßstab oder gar zur Hilfe der Notengebung eingesetzt wird.

Analyse der Aufgaben

Einstiegsaufgabe

Die Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung wird mit einer alltagsnahen Einstiegsaufgabe gegeben. In dieser Aufgabe sollen die SuS herausfinden, wie wahrscheinlich es ist, dass der nächste

Song in einer Playliste von einem bestimmten Interpreten ist.

Zunächst sollen die SuS ihre eigenen Vermutungen aufschreiben und diese begründen. Dies soll die SuS aktivieren und einen intuitiven Zugang zur Stochastik ermöglichen.

Ihre Vermutung können sie anschließend mithilfe von zwei Geogebra-Applets überprüfen, indem sie zunächst eine Strichliste über die absoluten Häufigkeiten führen (mit dem ersten Applet) und daraufhin die absoluten Verteilungen von den Songs bei sehr vielen Durchgängen der Playliste mithilfe des zweiten Applets verfolgen können.

Zwei mögliche Lösungswege werden anschließend nach der Durcharbeitung der Applets präsentiert und die SuS sollen ihren eigenen Lösungsweg vergleichen und nachvollziehen.

Die Aufgabe soll einen Einstieg in den frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff darstellen, da der vorgestellte Lösungsweg sich auf das Gesetz der großen Zahlen basiert (welches später formal im Lernpfad vorgestellt wird). Doch auch der klassische Lösungsweg mithilfe von Laplace wird kurz dargestellt, um auch Lösungswege von SuS auf diesem Ansatz anzusprechen.

Lernaufgaben auf den Unterseiten

Auf den Unterseiten, auf denen die Grundbegriffe der Stochastik eingeführt werden, befinden sich am Ende Übungsaufgaben, die das Begriffsverständnis der SuS fördern sollen.

Die Aufgaben besitzen unterschiedliche Schwierigkeitsgrade und sollen ohne die Hilfe der Lehrkraft bearbeitet werden. Für die schwierigeren Aufgaben stehen Hilfestellungen bereit, die beim Anklicken lesbar sind.

Zu jeder Aufgabe ist ein ausgearbeiteter Lösungsweg zum eigenständigen Vergleichen für die SuS verfügbar. Dies soll den schwächeren SuS bei dem Nachvollziehen des Lösungsweges helfen und auch ein selbstreguliertes Lernen fördern.

Abschlusstest

In dem Abschlusstest sind verschiedene Aufgaben unterschiedlicher Niveaustufen und mit unterschiedlichem Themenschwerpunkt des Lernpfades vorhanden.

Die SuS sollen eigenständig die Aufgaben bearbeiten. Sie können ihre Lösungen (ohne detaillierten Lösungsweg) anschließend kontrollieren und haben damit gleich eine Rückmeldung, ob sie das Themengebiet verstanden haben. Falls es zu inhaltlichen Lücken kommt, sind die SuS angehalten, das Themengebiet auf dem sich die Aufgabe bezieht zu wiederholen.

Nach den Bearbeitungs- und Reflexionsschritten mithilfe der Checkliste und des Abschlusstests sollen die SuS die Kompetenzen, die unter *Bezug zu Kompetenzen*, aufgelistet sind, erworben haben.

Ausblick

Nach dem Lernpfad bietet es sich als Lehrkraft an im Unterricht folgende Themen im Anschluss zu behandeln, um höhere Niveaustufen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erreichen:

- Die formale Einführung der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses
- Zweistufige Zufallsexperimente
- Symmetrische Abzählprinzipien zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten (z.B. Werfen von zwei Würfeln)