

Protokoll vom 11. Dezember 2013  
von Julia Gundlich  
Thema: Der natürliche Logarithmus  
1.) Besprechung der 2. Kursarbeit

Die größten Kritikpunkte waren:

- Das Nullstellen bestimmen wird bei Funktionen wie:  $f(x) = x^2 + 8x$  mithilfe von Ausklammerung durchgeführt

- Bei Funktionen wie:  $\frac{2}{1+e^x}$  benutzt man am besten (und einfachsten) die Kettenregel.

- Potenzen werden multipliziert. Das heißt:  $f(x) = (e^x)^3 = e^{3x}$

---

## 2.) Der natürliche Logarithmus

### Herleitung der Ableitung

$$f(t) = 1,06^t$$

Um die Wachstumsgeschwindigkeit ausrechnen zu können, benötigen wir die Ableitung.  
Dabei kamen wir auf den natürlichen Logarithmus.

$$e^y = 1,06 \leftrightarrow y = \log_e(1,06) = \ln(1,06)$$

Der Logarithmus ist wie folgt definiert:

„Finde die Hochzahl  $y$ , mit der ich  $e$  potenzieren muss damit 1,06 herauskommt.“

Von  $e$  wissen wir bereits den Ableitungsterm:  $f(x) = e^{tx}$   $f'(x) = t e^{tx}$

Wenn wir also unseren Logarithmus für  $t$  einsetzen, da:  $1,06 = e^y = e^{\ln(1,06)}$ , so erhalten wir unsere gewünschte Ableitung. In diesem Fall wäre diese dann:  $f'(x) = 1,06^t \cdot \ln(1,06)$ . Verallgemeinert:

$$f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$$

$$= a^x \cdot f'(0)$$

$$f'(0) = \ln(a)$$

Beispiel:

$$f(x) = 9^{5x-3} + 5$$

$$g(x) = 5x-3 \quad g'(x) = 5$$

$$h(t) = 9^t + 5 \quad h'(x) = \ln(9) \cdot 9t$$

$$f'(x) = 5 \cdot \ln(9) \cdot 9^{5x-3}$$

$$= 10,99 \cdot 9^{5x-3}$$

---

### Logarithmen Gesetze

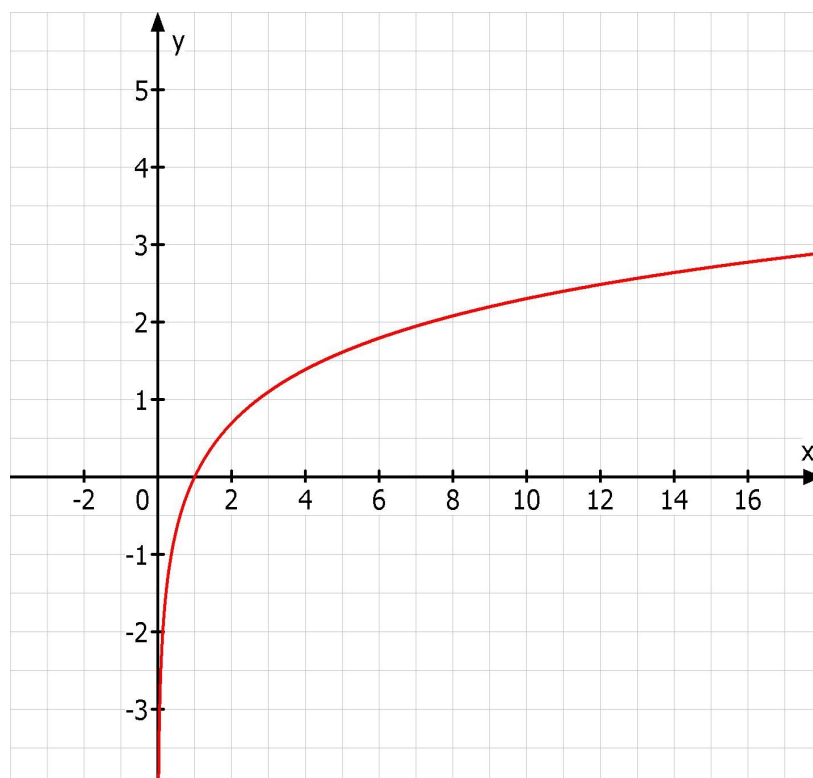
$$1.) \ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$$

$$2.) \ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$3.) \ln(x^y) = y \cdot \ln(x)$$

---

### Die natürlich Logarithmus Funktion graphisch dargestellt



-Der Graph ist streng monoton wachsend.

-Die Ableitung ist immer positiv.

$-x_0 \rightarrow 0 \Rightarrow$  senkrechte Asymptote

---

### Rechnen mit ln

a.) 
$$e^{-\ln(5)} = \frac{1}{e^{\ln(5)}} = \frac{1}{5} = 0,2$$

b.)

$$\begin{array}{ll} e^{2x}=5 & \text{ODER} & e^{2x}=5 \mid \ln(5) \\ 2x=\ln(5) \mid :2 & & \ln(e^{2x})=\ln(5) \\ & & 2x \cdot \ln(e) = \ln(5) \\ x = \frac{\ln(5)}{2} & = 0,81 \end{array}$$

c.)

Mithilfe der Substitution kann man Gleichungen mit  $e^x$  einfach lösen.

$$\begin{array}{l} \text{Bsp.: } e^{2x} - 6e^x + 8 = 0 \\ z = e^x \quad z^2 = e^{2x} \\ z^2 - 6z + 8 = 0 \\ z_1 = 2 = e^x \rightarrow x = \ln(2) = 0,69 \\ z_2 = 4 = e^{2x} \rightarrow x = \ln(4) = 1,39 \end{array}$$

---

Mithilfe des natürlichen Logarithmus kann man die Wachstumszahl zum Beispiel bei Bakterienkulturen und Kletterpflanzen ausrechnen.

---

### Hausaufgaben für den 13. Dezember 2013

Buch Seite 28 A1 b,d,e; A2 a,d; A4a; A5a; (A6; A7); A8 b,c,d,e; A9  
Verbesserung der Klassenarbeit