Jahrgangsstufe 12
Mathematik / LK
Leistungsnachweis Nr. 2 vom 12.12. 2012

Name:	
Thema:	Analytische Geometrie (Skalarprodukt; Parameter,-Koordinaten- und Normalen-Form; Schnitt-Punkte, -Geraden, -Winkel; Abstände. elementargeometrische Beweise mithilfe des Skalarproduktes)
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	180 Minuten (4 Unterrichtsstunden)
Hilfsmittel:	Taschenrechner **(ohne Grafik; nicht programmierbar)**, Formelsammlung.
Beachte:	a) Der Rechenweg muss bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte; insgesamt 75+2 Punkte

Aufgaben:

1) Gegeben sind der Punkt P(9| 6| 0), die Ebene E mit $E:\left[\vec{x}-\begin{pmatrix}4\\-3\\2\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\6\end{pmatrix}=0$ und

die Gerade g mit $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}8\\-6\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix}$

a) Zeigen Sie, dass g und E sich schneiden. Berechnen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel. *(4P)*
b) Der Punkt P wird an der Ebene gespiegelt. Geben Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes P' an. *(5P)*
c) Berechnen Sie, wo alle Punkte liegen, welche von E den Abstand 4 LE haben. *(7P)*

d) Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Geraden g *(4P)*

---

2) Die zwei Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ und $\vec{b}_t=\begin{pmatrix}1\\t+1\\t-1\end{pmatrix}$ spannen ein Parallelogramm auf.

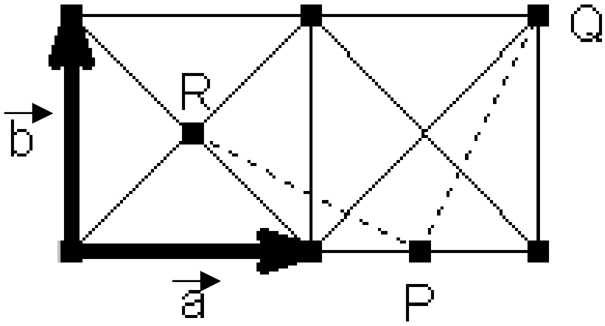
Geben Sie für t = 2 den Flächeninhalt des Parallelogramms an. *(6 P)*

---

3)
$E_1:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix}$ $\quad E_2: x_1-2x_2+x_3-2=0$

a) Zeigen Sie, dass diese Ebenen sich schneiden; prüfen Sie, ob sie sogar orthogonal sind *(2P)*
b) Bestimmen Sie bitte die Schnittgerade. *(7P)*
c) Berechnen Sie eine Parameterform von E_2 *(4P)*
d) Bestimmen Sie die Spurgeraden und zeichnen Sie einen Ausschnitt der Ebene E_2 *(5P)*

4) a)



Gegeben sind zwei aneinander liegende gleich große Quadrate mit der Kantenlänge a.
Der Punkt P ist der Mittelpunkt der Quadratseite.
Beweisen Sie (mithilfe des Skalarproduktes) , dass die Strecken $\overline{PQ}$ *und* $\overline{PR}$ zueinander orthogonal sind.

(6P)

b) Beweisen Sie mithilfe des Skalarproduktes:
I) Sind die Diagonalen eines Parallelogramms zueinander orthogonal, dann ist es eine Raute. *(2P)*
II) Den Satz des Pythagoras. *(4P)*

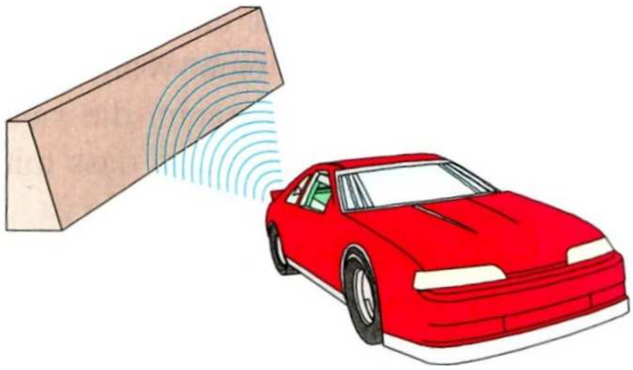
---

5) Einparkhilfe

Bei der Entwicklung der KFZ-Einparkhilfe haben Bionikforscher das Ortungssystem der Fledermaus kopiert und entsprechende Sensoren in die hintere Stoßstange integriert. Die Sensoren sind so eingestellt, dass sie eine Abstandsunterschreitung von 0,3 m anzeigen. Ein Autofahrer fährt geradlinig rückwärts auf eine schräge Ebene zu, die durch

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

beschrieben wird. Der der Ebene nächste Sensor befindet sich zunächst im Punkt P(6,2 | 6,2 | 0,3).



a) Zeigen Sie, dass der Sensor noch keinen Alarm gegeben hat.
(4P)

b) Wenig später ist der Sensor im Punkt Q(6,1 | 6,1| 0,3) angelangt. Zeigen Sie, dass jetzt ein Alarm erfolgt
(3P)

c) Ab welchem Punkt R zwischen P und Q muss der Sensor Alarm geben?

I Entwickeln Sie zunächst eine allgemeine Strategie für diese Problemlösung und entscheiden Sie begründet, ab welchem Punkt der Alarm erfolgt;
bitte bringen Sie Ihre Lösungsidee in eine klare schriftliche Form.
(2P)

II Berechnen Sie nach Ihrem unter I beschriebenen Vorgehen den gesuchten Punkt R. *(10P)*