

Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 4

Thema: Stochastik (bedingte Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik, Erwartungswert, Standardabweichung, Binomialverteilung, Sigma-Intervalle, Testen von Hypothesen)

Lehrer: C. Schmitt
Bearbeitungszeit: 135 Minuten
Hilfsmittel: WTR (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung
Beachte: a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein.
b) Zwei Formpunkte; insgesamt 63+2 Punkte

Aufgaben:

1) In jedem fünften Überraschungsei befindet sich ein Monster, wobei man davon ausgehen kann, dass die Verteilung der Figuren zufällig ist.

a) Eine Familie mit zwei Kindern kauft 20 Eier.

Erklären Sie, welche Bedeutung in diesem Zusammenhang die folgende Rechnung hat:

$$\binom{20}{2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{18} \approx 0,13691$$

b) Das jüngere Kind möchte unbedingt ein Monster haben....

Berechnen Sie, wie viele Überraschungseier der geduldige Vater mindestens kaufen muss, damit der kleine Quälgeist mit einer Sicherheit von mindestens 99,9% mindestens ein Monster erhält.

(9 Punkte)

2)a) In einer Firma mit 100 Mitarbeitern sind im Durchschnitt 10% der Belegschaft krank, auf Fortbildung oder im Urlaub.

Fehlen an einem Tag mehr als 20 Mitarbeiter, so muss der Betrieb wegen Personalmangel eingestellt werden. Berechnen Sie bitte, wie groß dieses Risiko ist.

b) Ein Multiple-Choice-Test enthält 300 Fragen mit je 3 Auswahlantworten. Bei jeder Frage ist nur eine Antwort richtig. Ein Student soll bei diesem Test kein einziges Kreuz an die richtige Stelle gesetzt haben.

Urteilen Sie selbst

(9 Punkte)

3)

Die Fernsehserie „Chicago Connection“ hatte im Vorjahr eine Einschaltquote von $p = 40\%$. Es soll geprüft werden, ob sich die Einschaltquote im neuen Jahr verändert hat, d. h. ob nun $p \neq 40\%$ gilt.

a) Es werden 50 Personen befragt. Das Risiko, aus der Befragung irrtümlich auf eine veränderte Einschaltquote zu schließen, soll auf 10% begrenzt werden. Formulieren Sie die Entscheidungsregel eines zweiseitigen Tests, der $H_0: p = 0,4$ gegen $H_1: p \neq 0,4$ testet.

b) Die erste Untersuchung hat ergeben, dass die Einschaltquote sich vermutlich erhöht hat. Daher wird erwogen, weitere neue Folgen der Serie einzukaufen. Sicherheitshalber werden nun 100 Personen befragt, um die Hypothesen $H_0: p = 0,4$ und $H_1: p > 0,4$ gegeneinander zu testen.

Der zuständige Redakteur legt fest: Es werden neue Folgen gekauft, wenn mehr als 48 von 100 befragten Personen regelmäßige Zuschauer der Serie sind. Wie groß ist die Irrtumswahrscheinlichkeit 1. Art (α -Fehler). Welche Auswirkungen hätte ein solcher Irrtum?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden keine neuen Folgen gekauft, obwohl die Einschaltquote auf mindestens 60% gestiegen ist?



(15 Punkte)