

Name:

Thema: Lineare Algebra und analytische Geometrie (Skalarprodukt; Parameter-, Koordinaten- und Normalen-Form; Schnitt-Punkte, -Geraden, -Winkel; Abstand; Lagebeziehungen bei Geraden und Ebenen; elementargeometrische Beweise mithilfe des Skalarproduktes).

Lehrer: C. Schmitt

Bearbeitungszeit: 4 Zeitstunden

Hilfsmittel: WTR (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung

Beachte:

a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein.

b) Zwei Formpunkte; insgesamt 75,5+2 Punkte

Aufgaben:

- 1) In einem Park steht ein festlich geschmückter 30 m hoher Maibaum in der Nähe eines Hanges. Mit Ausnahme dieses Hanges befindet sich der gesamte Park in der x-y-Ebene. Der Hang steigt aus der x-y-Ebene auf und liegt in einer Ebene H, die durch die Gleichung

$$H : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda, \mu \in \mathfrak{R} \text{ beschrieben wird.}$$

Der Maibaum steht im Punkt P (3 | 7 | 0) senkrecht zur x-y-Ebene. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 10m. Die Spitze des Maibaums liegt also im Punkt S (3 | 7 | 3).

- 1.1 Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Hangebene H und berechnen Sie den Neigungswinkel des Hangs. **(6 P)**

[zur Kontrolle: $x + y + 2z = 8$]

- 1.2 Skizzieren Sie die Hangebene H mithilfe der Achsenabschnitte (Spurpunkte) und zeichnen Sie den Maibaum ein. **(4 P)**

- 1.3 Ein Landschaftsgärtner möchte ein ringförmiges 2 m breites Blumenbeet mit einem inneren Radius von 8 m um den Maibaum herum anlegen. Der Abstand vom Beetrand zum Rand der Hangebene sollte dabei mindestens 3 m betragen. (Skizze!).

Prüfen Sie, ob dieser Abstand eingehalten wird. **(6 P)**

- 1.4 Der Maibaum wird von der Sonne beschienen und wirft einen Schatten auf die Hangebene H und

die x-y-Ebene. Die Richtung der Sonnenstrahlen ist durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ festgelegt.

Bestimmen Sie den Schattenpunkt der Spitze S des Maibaumes auf der Hangebene H. Zeigen Sie, dass der Schatten des Maibaumes im Punkt R(2 | 6 | 0) von der x-y-Ebene auf die Hangebene übergeht. **(6 P)**

- 2) Beweisen Sie mit Hilfe des Skalarproduktes die Umkehrung des Satz des Thales:

Hat das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel, dann liegt C auf einem Kreis mit dem

Durchmesser $|\overline{AB}|$

(12P)