

Strategie 2: Polynomdivision

Problem:

Faktorisiere das Polynom $x^3 - 2x^2 - x + 2$, wenn nur $x_1 = 1$ als Nullstelle bekannt ist

→ finde also die Zerlegung $x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1) \cdot g(x)$

Lösung:

Kennt man eine Nullstelle, so kann man das „restliche“ Polynom $g(x)$ durch Polynomdivision herausfinden:

bekannt: Division

neu: Polynomdivision

$$35 = 5 \cdot g$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1) \cdot g(x)$$

$$g = 35:5$$

$$g(x) = (x^3 - 2x^2 - x + 2) : (x - 1)$$

Vorgehen bei der Polynomdivision:

1. Dividiere höchste Potenz links durch höchste Potenz rechts

2. Multipliziere zurück

3. Subtrahiere und ziehe herab

$$\begin{array}{r}
 & x^3 : x & -x^2 : x & -2x : x \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 (x^3 - 2x^2 - x + 2) : (x - 1) & = x^2 - x - 2 \\
 x^2 \cdot (x - 1) & \underline{- (x^3 - x^2)} & & \\
 & \downarrow & & \\
 & -x^2 - x & & \\
 -x \cdot (x - 1) & \underline{- (-x^2 + x)} & & \\
 & \downarrow & & \\
 & -2x + 2 & & \\
 -2 \cdot (x - 1) & \underline{- (-2x + 2)} & & \\
 & \downarrow & & \\
 & 0 & &
 \end{array}$$

Damit:

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1) \cdot (x^2 - x - 2)$$

Jetzt kann man die erste Nullstelle $x_1 = 1$ ablesen und die beiden anderen mit der Mitternachtsformel berechnen ($x_2 = -1$; $x_3 = 2$).

Nun kannst du vollständig faktorisieren:

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1) \cdot (x^2 - x - 2) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)$$

zum Song... ☺

