ANDREAS PALLACK

FRAVIS
Ein Brettspiel für die Bruchrechnung

In diesem Beitrag wird ein Brettspiel vorgestellt, das sich im Rahmen des Bruchrechenunterrichts verwenden lässt, um den Bruchbegriff möglichst nachhaltig anschaulich zu verankern. Es wurde recht früh in den Unterricht integriert und zog sich wie ein roter Faden durch die gesamte Bruchrechnung.

1 Einleitung

Ein Blick in Schulbücher zeigt: Am Anfang der Bruchrechnung stehen anschauliche Größen und vielfältige Repräsentanten, auf deren Basis der Bruchbegriff aufgebaut wird. So gelingt der Einstieg in die Bruchrechnung meist reibungslos. Auch das Rechnen auf ikonischer Ebene scheint im Allgemeinen kaum Schwierigkeiten zu bereiten. Ein paar Seiten weiter ändert sich das Bild: Wenige Bilddarstellungen, lediglich Zahlenkolonnen, in günstigen Fällen die eine oder andere Textaufgabe, die zum Nachdenken und zum Rückgriff anregt. Obwohl das schrittweise Abstrahieren im Mathematikunterricht durchaus üblich und auch angebracht ist (Anschauung, Loslösen von der Anschauung, Arbeit mit dem Kalkül) drängt sich die Frage auf, wie eine zeitaufwändige anschauliche Einführung vor dem Hintergrund der abstrakten Bruchrechnung gerechtfertigt werden kann. Es ist sicher unstrittig, dass der anschauliche Aufbau des Bruchbegriffs notwendig und mittlerweile sicher auch üblich ist. Die intensive Arbeit mit anschaulichen Größen zu Beginn der Bruchrechnung ist jedoch nur dann für Schüler effizient, wenn sie durch den Lehrgang auch dazu befähigt werden, in späten Phasen der Bruchrechnung auf dieser Basis zu argumentieren und die Kalküle zu hinterfragen oder sogar herzuleiten. Dies ist keine notwendige Konsequenz eines derartigen Einstiegs, scheint aber mit Blick auf die folgenden Schuljahre, in denen die Schüler mit Taschenrechnern arbeiten und das eigentliche Rechnen endgültig zweitrangig wird, das einzig erstrebenswerte Ziel zu sein.

Trotz – oder vielleicht gerade wegen – anschaulicher Einführungen sind typische Schülerfehler (vgl. hierzu [1], [2], [3, S. 33 ff.]) an der Tagesordnung. Die anfangs noch so einleuchtenden Regeln überdecken die Anschauung und verfallen zu Spielregeln. Das schlichte Pauken der Regeln ohne kontinuierlichen Rückgriff auf die Anschauung scheint die Fehlerzahl zumindest kurzfristig erheblich zu senken (vgl. hierzu [3, S. 183–188]). Die Kalküle allein sind jedoch recht wertlos, schließlich sind sie Begriffe ohne Anschauung und deswegen leer. Nur sie zu schulen widerspräche jeglichem Verständnis von Bildung. Eine Überbetonung der Anschauung ohne die Bildung von Begriffen scheint ebenso wenig erstrebenwert, da jeder Fortschritt einem blinden Vortasten gleicht und Rückgriffe nahezu unmöglich werden.

2 Das Spiel FRAVIS

Für meinen eigenen Unterricht habe ich deswegen einige Maßnahmen ergriffen, um den beschriebenen Entwicklungen entgegenzuwirken. Zur Vernetzung des Nachmittagsbereichs – in dem die Hausaufgaben erledigt werden – und des Vormittagsbereichs, wurde ein rechnergestütztes Lernprogramm eingeführt. Schüler mit Defiziten konnten so angewiesen werden, nicht Verstandenes oder Vergessenes gezielt nachzuholen. Zweites wichtiges Glied wurde das Spiel FRAVIS (FRAction VISualization) (Abb. 1).

Abb. 1.

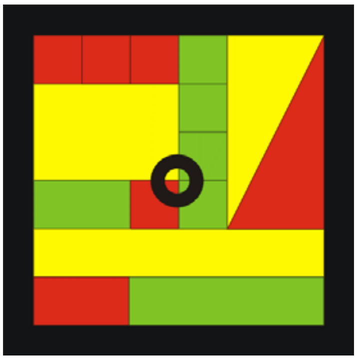

Abb. 2.

MNU 56/6 (1. 9. 2003) Seite 346–347 ISSN 0025-5866

Es ist recht einfach aufgebaut. Das Spielbrett besteht aus einer quadratischen Grundplatte und vier Leisten, die auf die Platte geleimt wurden und eine quadratische Mulde schaffen. Für diese Mulde wurden verschiedene Spielfelder vorbereitet, die leicht ausgetauscht werden können. Zusätzlich benötigt man nur noch die Spielsteine (Unterlegscheiben) und einen Würfel.
Das Spiel selbst läuft wie folgt ab: Vier Schüler setzen sich an das Spielbrett und schnippen nacheinander die Spielsteine vom Rand auf das Spielfeld.
Und nun das Wesentliche: Das Spiel zeichnet sich durch die regelmäßige Variation der Regeln aus. Um davon einen Eindruck zu vermitteln, werden hier drei verschiedene Abwandlungen des Spiels aus unterschiedlichen Phasen des Bruchrechenunterrichts vorgestellt.

2.1 Das Spiel »Max«

Die Spielfelder stellen immer Bruchrepräsentanten dar (Abb. 2). Im vorliegenden Fall repräsentiert ein kleines Quadrat den Bruch 1/36.
Schnippt man die Scheibe auf das Spielfeld, lässt sich durch das Loch immer feststellen, welche Felder unter der Scheibe liegen. Jedem Zug wird ein Bruch zugewiesen. Gleichfarbige aneinander grenzende Flächen gehören zusammen. Das heißt, dass die Lage, der in Abbildung 2 gezeigte Scheibe, den Bruch 4/36 (grün) + 1/36 (braun) + 6/36 (gelb) = 11/36 repräsentiert.
Der nächste Spieler hat nun zwei Möglichkeiten: Entweder er versucht selbst einen größeren Bruch zu treffen oder er verschlechtert die Situation seines Vorgängers, indem er ihn von der guten Position wegstößt. Die Runde gewonnen hat der Spieler, der am Ende den größten Bruch mit seinem Stein belegt. Um Chancengleichheit zu garantieren, fangen die Spieler die Runden im Wechsel an. Die gewonnen Runden werden summiert, wer zuerst drei Runden gewonnen hat, ist Spielsieger.

2.2 Das Spiel »Add«

Die alten Spielregeln aus »Max« bleiben bis auf die folgenden Punkte bestehen: Je zwei Spieler werden zu einem Team zusammengefasst. Gewonnen hat das Team, das die größte repräsentierte Bruchsumme erzielt hat.

2.3 Das Spiel »Calc«

Die Spielregeln bleiben bis auf die folgenden Punkte erhalten: Auch bei »Calc« spielen jeweils zwei Schüler in einem Team zusammen. In einem ersten Schritt spielt aus jeder Gruppe ein Schüler einen Stein. Danach wird gewürfelt. Die Zahlen des Würfels werden als Kodierung für Rechenzeichen aufgefasst (1: =»+«; 2: = »–«; 3: =»·«; 4 : = »:«; 5 : = »Freie Wahl Team 1«; 6 : = »Freie Wahl Team 2«). Ziel ist es nun, die zweiten Steine so zu schnippen, dass der repräsentierte Bruch des ersten Zuges verknüpft mit der gewürfelten Rechenoperation und dem Bruch des zweiten Zuges maximal wird. Einzige Ausnahme: Bei der Subtraktion dürfen Minuend und Subtrahend vertauscht werden, um die Abgeschlossenheit des Rechnens in der Menge der positiven rationalen Zahlen zu garantieren.

3 Erfahrungen mit FRAVIS

Erprobt wurde das Spiel in einer sechsten Klasse des Gymnasiums. Es wurde in Übungsphasen bei jeder neuen Rechenart eingesetzt und in Bezug zum vorhergehenden Unterricht gesetzt. Dabei wurden sowohl die Regeln, als auch die Repräsentanten oft gewechselt. Bei jeder der Variationen stellte sich heraus (Ich selbst habe sieben erprobt.), dass die Schüler schnell begannen, nach Strategien zu suchen. Die Suche nach einem optimalen Zug war vor allem beim Spiel »Calc« dominierend, da die Diskussion der Rechenartwahl die Schüler unmittelbar in den Zwang versetzte, ihre Züge durchzurechnen. Die Addition und Subtraktion von Brüchen leitete sich fast vollständig vom Spiel »Max« ab. So konnte auch eine stärkere Vernetzung der verschiedenen Unterrichtsphasen erzielt werden.
Während der Spielphasen stellte sich heraus, dass einige Schüler zwar die Repräsentanten ablasen, die Rechnungen jedoch formal auf Blättern erledigen wollten. Glücklicherweise traten viele Rechenfehler auf, die durch den Spiel- und Teamcharakter von den Mitspielern schnell aufgespürt wurden. Letztendlich war das auch der Grund, immer wieder auf die anschauliche Basis zurückzugehen und zu überlegen, warum das eine Ergebnis mit der Anschauung stimmig ist, ein anderes aber nicht. Für schwächere Schüler blieb viel Beratungszeit, massiven Defiziten konnte größtenteils so vorgebeugt werden.
Da die Schüler von den Spiel- und Rechnerphasen des Unterrichts recht begeistert waren (Letztendlich wurden diese Phasen in Lernzirkeln integriert.), überlege ich nun das System auch für die Dezimalbruchrechnung auszubauen.[1]

Literatur

[1] F. PADBERG: Didaktik der Bruchrechnung. – Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag 1995, S. 245.
[2] G. HERDEN – A. PALLACK: Zusammenhänge zwischen verschiedenen Fehlerstrategien in der Bruchrechnung. – Journal für Mathematikdidaktik 2000, Heft 3/4, S. 259–279.
[3] A. PALLACK: Nachhilfelehrer Computer – Untersuchungen zum unterrichtsbegleitenden Rechnereinsatz im Bruchrechenunterricht. – Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Vol. 16 (2002), Franzbecker-Verlag, Hildesheim.

StR. Dr. ANDREAS PALLACK, andreas@pallack.de, unterrichtet am Konrad-Adenauer-Gymnasium, Auf dem Sändchen 24, 40764 Langenfeld, die Fächer Mathematik, Physik und Informatik. Im Fachbereich 6 (Mathematik/Informatik) der Universität Duisburg–Essen, Universitätsstraße 3, 45117 Essen ist er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Mathematikdidaktik und qualitative Datenanalyse.

[1] Der interessierte Leser kann Kopier– und Bastelvorlagen für das Spiel unter *www.pallack.de* herunterladen. Für Rückmeldungen und Erfahrungsbericht wäre ich dankbar.