

Eigenschaften der Binomialverteilung



Arbeitsblatt

Die **Trefferwahrscheinlichkeit** von **genau r Treffern** zur **Wahrscheinlichkeit p** einer **binomial verteilten Größe** (Bernoulli-Experiment) ist:

$$B(n, p, r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{(n-r)}$$

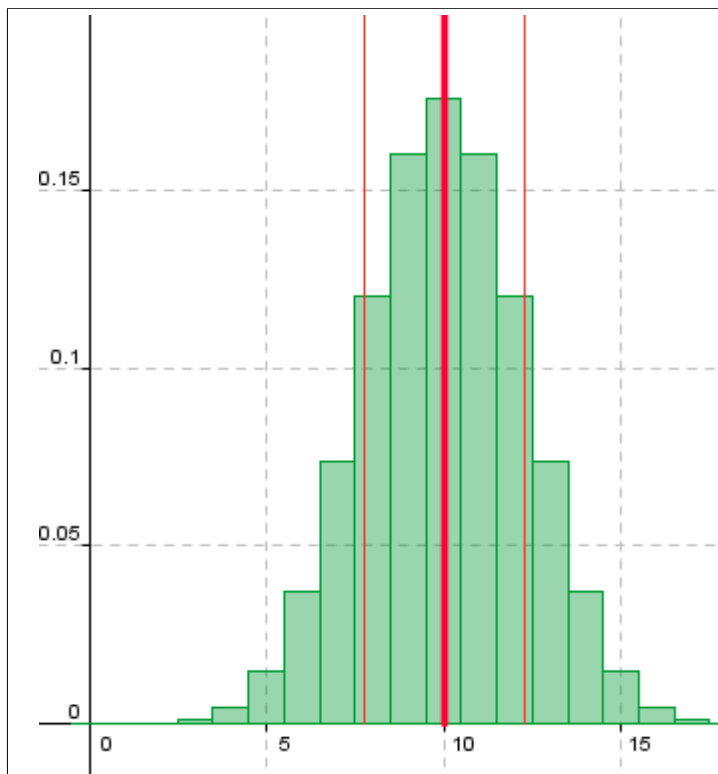
Die **Wahrscheinlichkeit von höchstens r Treffern** ist dann:

$$F_p^n(r) = \sum_{v=0}^r B(n, p, v)$$

Bei der Binomialverteilung gelten zur Berechnung des Erwartungswertes, der Varianz und der Standardabweichung folgende Sonderformeln:

$$\mu = n \cdot p \quad \text{und} \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

Vorsicht bei der Anwendung: Ist das Experiment kein Bernoulli-Experiment, so muss man die allgemeinen Formeln für Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung anwenden.



Aufgabe

Die linke Abbildung zeigt die Binomialverteilung zur Trefferwahrscheinlichkeit **p = 0,5** bei **20 Ziehungen** und den Erwartungswert sowie die Standardabweichung vom Erwartungswert.

1. Welche geometrische Eigenschaft hat diese Wahrscheinlichkeitsverteilung?
2. Überprüfe die Werte für Erwartungswert und Standardabweichung anhand der angegebenen Formeln.

Benutze den [Experimentierkasten zur Binomialverteilung](#)

3. Wie verändern sich Standardabweichung und Form des Histogrammes, wenn man die Zahl der Ziehungen erhöht bzw. verringert.
4. Wie verändert sich die Form des Histogrammes, wenn man die die Trefferwahrscheinlichkeit kleiner/größer (Unterschied) als 0,5 hat?

Klebe zu Aufgabe 3 und 4 Ausdrucke in Dein Heft!



Merke

Die Histogramme der Verteilung zur Trefferwahrscheinlichkeit $p = 0,5$ sind _____
zum _____.

Verkleinert man die Trefferwahrscheinlichkeit, so wird das Maximum nach _____ verschoben,
wobei die Histogramme _____ mit _____

Vergrößert man die Trefferwahrscheinlichkeit, so wird das Maximum der Verteilung nach _____
verschoben, wobei die Histogramme _____ mit _____
_____. Ich lege meine Histogramme bei!



Aufgabe

Die rechts abgebildete Histogramm zeigt die Werte der Verteilung bei 10 Ziehungen mit Zurücklegen für die Trefferwahrscheinlichkeit $p = 0,3$.

1. Was muss man tun, um die Wahrscheinlichkeit für

- a) höchstens 2
- b) mindestens 2
- c) mehr als 2
- d) weniger als 2
- e) mindestens 2, aber höchstens 5 Treffer

Treffer zu erhalten?

Schreibe Deine Ergebnisse auf!

2. Berechne die Trefferwahrscheinlichkeiten unter a) mit den Formeln! (Es gibt geschickte Varianten!) und vergleiche mit den Ergebnissen von 1.

Du kannst Dir mit den Schieberegler im Experimentierkasten auch das Ergebnis anzeigen lassen bzw. berechnen! Versuche es!

3. Formuliere Gegenereignisse zu

- a) höchstens 2
- b) mindestens 2
- c) mehr als 2
- d) weniger als 2
- e) mindestens 2, aber höchstens 5 Treffer

4. Drucke Dir die [sechsstufige Stochastische Tabelle](#) aus (sie hat nun in jeder Stunde dabei zu sein)

Entnimm dieser Tabelle die obigen Wahrscheinlichkeiten, damit Du den Umgang mit der Tabelle lernst.

5. Bestimme für binomialverteilte Größen die folgenden Trefferwahrscheinlichkeiten mit Tabelle und vergleiche mit den Ergebnissen des Experimentierkastens.

- a) $P(\text{Treffer} = k)$ für $p = 0,5$ $n = 1000$ $k = 400$; $p = 0,8$ $n = 50$ $k = 40$
- b) $P(\text{Nieter} \leq k)$ für $p = 0,4$ $n = 500$, $k = 350$; $p = 0,6$ $n = 100$; $k = 55$
- c) $P(\text{Treffer} \geq k)$ für $p = 0,25$ $n = 200$ $k = 75$; $p = 0,2$ $n = 500$ $k = 70$
- d) $P(k_1 \leq \text{Treffer} < k_2)$ für $p = 0,4$ $n = 200$ $k_1 = 60$; $k_2 = 100$

