

Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 2

Thema:	Weiterführung der Differenzial- und Integralrechnung, Kurvendiskussion für Exponentialfunktion und gebrochenrationale Funktion, Rotationsvolumen
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	135 Minuten
Hilfsmittel:	Taschenrechner (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung
Beachte:	a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte

Aufgaben:

1) Es ist $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3}$

Führen Sie bitte eine vollständige Funktionsuntersuchung nach dem vereinbarten Schema durch..

Zeigen Sie bitte u.a., dass gilt:

$$f'(x) = \frac{x^4 - 7x^2 + 6}{(x^2 - 3)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2x(x^2 + 9)}{(x^2 - 3)^3}$$

*Bitte das Ergebnis jeweils nicht „erzwingen“;
auch hier müssen alle Schritte gut nachvollziehbar
sein*

(30 Punkte)

2) Berechnen Sie bitte jeweils die Ableitung mit der **Kettenregel**:

a) $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$

b) $f(x) = \sqrt{2e^x + 3}$

c) $f(x) = 3e^{x^2 + 4x + 8}$

(9 Punkte)

3) Es ist $f(x) = e^{-x^2}$

Untersuchen Sie die Funktion im Hinblick auf

- Definitionsbereich
- Symmetrie des Graphen
- Verhalten für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$
- Gemeinsame Punkte von Graph und Koordinatenachsen
- Extrempunkte
- Wendepunkte

Zeichnen Sie den Graphen

Zeigen Sie bitte u.a., dass gilt:

$$f''(x) = e^{-x^2} (4x^2 - 2)$$

(10 Punkte)

- 4) Eine Kette hängt an zwei Haken; ihr Verlauf kann gut wiedergegeben werden durch die Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

- Untersuchen Sie auf Symmetrie
- Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung und bestätigen Sie das Extremum.
- Berechnen Sie die Gleichung der Tangenten an der Stelle $x_0 = 1$ (Sie können e stehen lassen; ein Zusatzpunkt für die Dezimalen).
- Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-2}^2 f(x) dx$$

(10 Punkte)

- 5) Die Weltbevölkerung nimmt durchschnittlich jährlich um 1,6% zu. 1990 lebten ca. 4,9 Milliarden Menschen.

- Bestimmen Sie die Wachstumsfunktion.
- Berechnen Sie, wie viele Menschen voraussichtlich 2020 auf der Erde leben werden.
- Berechnen Sie exakt, bis wann sich die Weltbevölkerung verdoppelt.

(4 Punkte)

Gesamtpunktzahl: (63+2) Punkte