Abitur 2009

1) $f_k(x) = \frac{e^{kx}}{(e^{kx}+1)^2} = \frac{e^{kx}}{e^{2kx}+2e^{kx}+1} = \frac{e^{kx}}{e^{kx}(e^{kx}+2+e^{-kx})} = \frac{1}{e^{kx}+2+e^{-kx}}$

$f_k(-x) = \frac{1}{e^{-kx}+2+e^{kx}} = f_k(x)$

$f_k'(x) = \frac{k\cdot e^{kx}(e^{kx}+1)^2 - (e^{kx}+1)\cdot 2k\cdot e^{2kx}}{(e^{kx}+1)^4} = \frac{k\cdot e^{kx}(e^{kx}+1) - 2k\cdot e^{2kx}}{(e^{kx}+1)^3}$

$= \frac{k\cdot e^{2kx} + k\cdot e^{kx} - 2k\cdot e^{2kx}}{(e^{kx}+1)^3} = \frac{k\cdot e^{kx}(e^{kx}+1-2\cdot e^{kx})}{(e^{kx}+1)^3} = \frac{k\cdot e^{kx}(1-e^{kx})}{(e^{kx}+1)^3}$

$0 = k\cdot e^{kx}(1-e^{kx})$

$= k\cdot e^{kx} - k\cdot e^{2kx}$

$ke^{2kx} = ke^{kx}$

$e^{kx} = 1$

$\frac{\ln(1)}{k} = x = 0$

$f_k(x) = \frac{e^0}{(e^0+1)^2} = \frac{1}{4}$ $\qquad H_k(0|0{,}25)$

$k=0$

$f_k(x) = \frac{e^0}{(e^0+1)^2} = 0{,}25$ Der Graf hat keine Extrem- oder Wendepunkte

---

$\cancel{2kx}$ $\cancel{2e^{kx}}$ $f_k(x) = \frac{e^{kx}}{e^{2kx}+2e^{kx}+1}$ $\qquad n>z$

$\lim_{x\to\infty} f_k(x) = 0$

---

2. $g'(x) = e^{kx} \qquad g(x) = \frac{1}{k}\cdot e^{kx}$

$h(x) = (e^{kx}+1)^2 \qquad h'(x) = -\frac{2k}{(e^{kx}+1)^3}$

$\int f_k(x) = \frac{e^{kx}}{k(e^{kx}+1)^2} + 2\int\frac{e^{kx}}{(e^{kx}+1)^3}$ $\Rightarrow$ geht nicht. Exponent erhöht sich.

3. $f(x) = ax^n + c$

$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$

Wenn n = gerader Exponent, dann ist die Ableitung punkt-symmetrisch. Sonst ist es umgekehrt.