Protokoll vom 18.12.13

Thema: Ableitung der Umkehrfunktion

Hausaufgaben vom 13.12.13

S.74 #1c: A=1,60

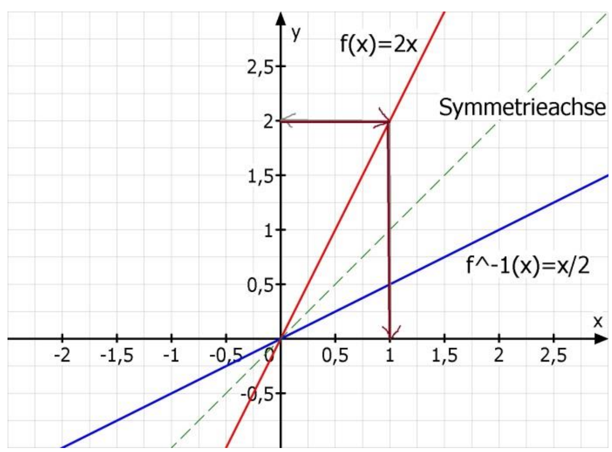
S.74 #4c: F(x)=xsin(x)-cos(x)+c

S.29 #9e: t=9,5

S.29 #9g: t=16

Ableitung der Umkehrfunktion

<u>Bsp. 1:</u>



f: 1 → 2 eindeutig

f: 2 → 1 eineindeutig (umkehrbar)

f(x)=2x=y ➔ x=$\frac{y}{2}$ = $f^{-1}(y)$

Konvention (unabhängige Variable soll x sein)

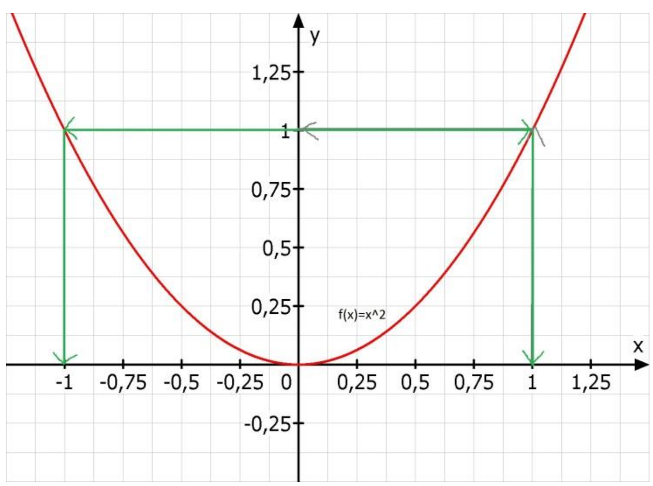
$f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$

P(1|2) → P'(2|1)

Die Grafen von f und f^{-1} sind symmetrisch bzgl. Der Winkelhalbierenden.

f'(1)=2 $\qquad (f^{-1})'(2) = \frac{1}{2} = \frac{1}{f'(1)}$

<u>Bsp. 2:</u>



y=4 → 2 und -2

f nicht eineindeutig (nicht umkehrbar)!

Daher muss Definitionsbereich eingeschränkt werden

- D=R_0^+

f(x)=$x^2 = y$ ➔ $x = \sqrt{y}$ = $f^{-1}(y)$

Konvention

- $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

f(x)=x^2 $\quad f'(x) = 2x$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ $\quad (f^{-1})'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

P(2|4) → P'(4|2)

f'(2)=4 $\quad (f^{-1})'(4) = \frac{1}{4} = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(4))}$

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

→Die Ableitung der Umkehrfunktion an der Stelle x ist der Kehrwert der Ableitung der Funktion an der Stelle x.

<u>Bsp. 3:</u>

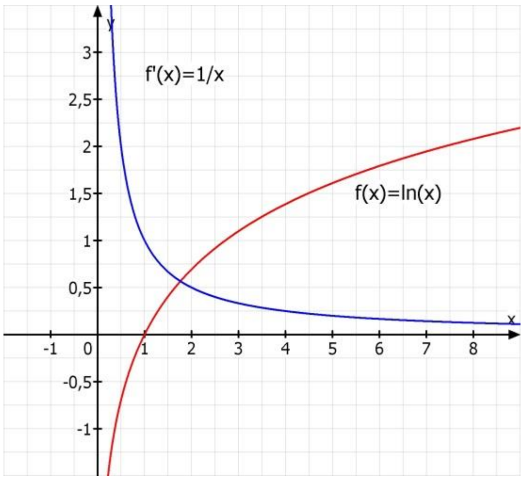
f(x)=$e^x = y \quad \rightarrow x = \ln(y) = f^{-1}(y)$

→umkehrbar

K.: $f^{-1}(x) = \ln(x)$

$(f^{-1})'^{(x)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))} = \frac{1}{e^{f^{-1}(x)}} = \frac{1}{e^{\ln(x)}} = \frac{1}{x}$

$$g(x) = \ln(x)$$
$$g'(x) = \frac{1}{x}$$
$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + c$$



- f(x)=ln(x) streng monoton wachsend → f'(x)>0
- Der Graf von f wächst für kleine x sehr stark, deshalb hat die Ableitung sehr große Werte.
- Für große x wird die Steigung des ln immer kleiner, d.h. die Ableitung geht gegen 0.

ALLEN FROHE WEIHNACHTEN UND EINEN GUTEN RUTSCH INS NEUE JAHR!!!