# Lernjournal

~ Geometrische Linien im Dreieck ~

Name: _____

Klasse: _____

Datum: _____

Willkommen zu deinem persönlichen Lernjournal, den du ergänzend zum Lernpfad “Besondere Linien im Dreieck - Eine vertiefende Untersuchung von Mittelsenkrechter und Winkelhalbierender” erhältst.

Dieser Hefter hilft dir dabei,

- Merksätze nachzuschlagen,
- deine Gedanken und Lösungswege zu notieren,
- Aufgaben aus dem Lernpfad zu bearbeiten und
- dir am Ende einen Überblick über alle wichtigen Inhalte zu geben.

Link zum Lernpfad:
https://unterrichten.zum.de/wiki/Benutzer:Nathalie_Bosshammer/Besondere_Linien_im_Dreieck_-_Eine_vertiefende_Untersuchung_von_Mittelsenkrechter_und_Winkelhalbierender

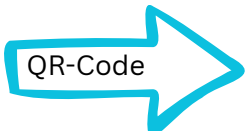
Orientierung im Lernjournal:

Merksätze

Vermutungen

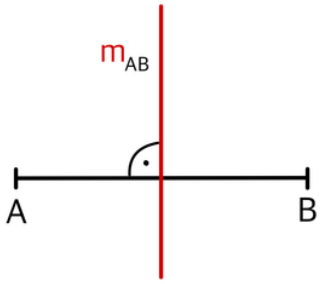
Aufgaben

Notizen



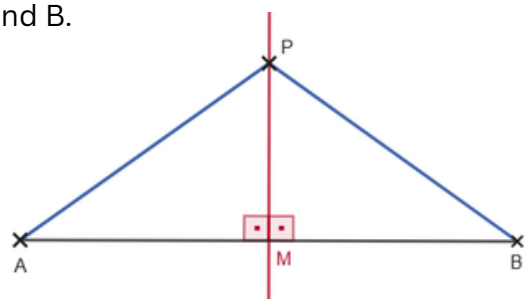
## Definition Mittelsenkrechte

Die **Mittelsenkrechte** einer Strecke [AB] ist die Gerade, die **senkrecht** durch den **Mittelpunkt der Strecke** verläuft.




## Eigenschaft der Mittelsenkrechte

Wenn ein Punkt P auf der Mittelsenkrechten einer Strecke [AB] liegt, dann hat er die **gleiche Entfernung** zu den Punkten A und B.




## Beweis der Eigenschaft der Mittelsenkrechte

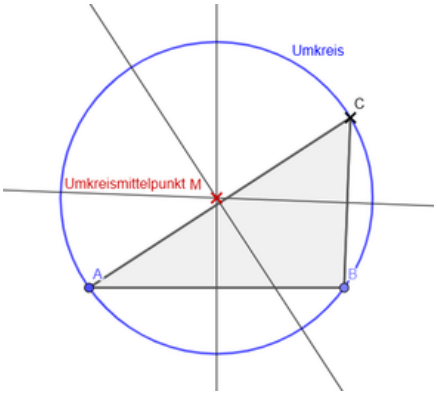
**Satz:** Wenn ein Punkt P auf der Mittelsenkrechten einer Strecke [AB] liegt, dann hat er die gleiche Entfernung zu den Punkten A und B.

**Beweis:** Die Mittelsenkrechte halbiert die Strecke AB im Punkt M und steht senkrecht auf ihr. Betrachtet man die Dreiecke AMP und BMP, so gilt:

1. IAMI = IMBI (Mittelpunkt von AB)
2. Winkel (AMP) = Winkel (BMP) = 90° (Senkrechte)
3. IMPI = IMPI (gemeinsame Seite)

Nach dem Kongruenzsatz SWS sind die Dreiecke kongruent.

Daher folgt: IPAI = IPBI




## Definition Umkreis

Die **drei Mittelsenkrechten** eines Dreiecks schneiden sich in *einem* Punkt **M**. Dieser Punkt ist der Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks.

### Versorgungsproblem der Forschungsstationen

Wo könnte sich der Punkt des gemeinsamen Depots befinden, wenn er zu allen drei Stationen den gleichen Abstand haben soll?

Notiere deine Vermutungen.

### Umkreis

Überlege dir, welchen Punkt du für den Mittelpunkt des mobilen Funksystems brauchst.

Notiere deine Vermutungen.

### Lage des Umkreismittelpunktes

Liegt der Umkreismittelpunkt immer an der gleichen Stelle im Dreieck oder kann er auch woanders liegen? Was passiert, wenn sich die Form des Dreiecks verändert?

Notiere deine Vermutungen.

## Aufgabe 3 - Eigenschaft der Mittelsenkrechte erkunden

Im GeoGebra Applet hast du auf der Strecke AB die Mittelsenkrechte konstruiert und auf ihr drei verschiedene Punkte markiert.

**Miss** jeweils die **Abstände** zu A und B.

Was kannst du beobachten?

## Aufgabe 4c - Beweis der Eigenschaft der Mittelsenkrechten

Formuliere selbst einen Beweis für den folgenden Satz:

**Liegt ein Punkt P auf der Mittelsenkrechten einer Strecke [AB], dann ist die Entfernung des Punktes P zu den Punkten A und B gleich. Es gilt |PA| = |PB|.**

Beweisschritte:

**Fünf Schritte zum Beweis**

**Schritt 1 - Voraussetzung klären**

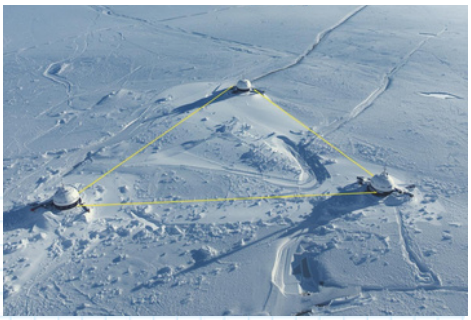
**Schritt 2 - Situation zeichnen**

**Schritt 3 - Wissensbasis sammeln**

**Schritt 4 - Finde eine passende Strategie**

**Schritt 5 - Rückschau**

### Aufgabe 5 + 6 - Standort des Depots + Umkreis



**Ermittle** nun den **Standort des Depots** und seine Entfernung zu den Forschungsstationen.

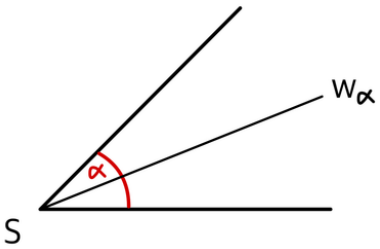
### Aufgabe 7 - Lage des Umkreismittelpunktes im Dreieck

Beantworte und Begründe folgende Fragen:

1. Bleibt der Umkreismittelpunkt immer innerhalb des Dreiecks?
2. Verändert sich der Radius des Umkreises?
3. Was fällt dir bei unterschiedlichen Dreiecksarten auf?

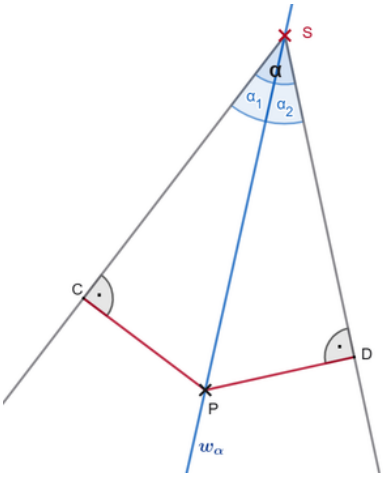
## Definition Winkelhalbierende

Gegeben ist ein **Winkel α** mit dem Scheitel S. Die **Halbgerade $w_\alpha$** mit dem Anfangspunkt S, die den Winkel **α** in **zwei gleich große Teilwinkel** zerlegt, nennt man die Winkelhalbierende von **α**.




## Eigenschaft der Mittelsenkrechte

Für Winkel, die höchstens 180° groß sind, gilt:
Wenn ein Punkt P auf der Winkelhalbeirenden liegt,
so hat er von beiden Schenkeln denselben Abstand.



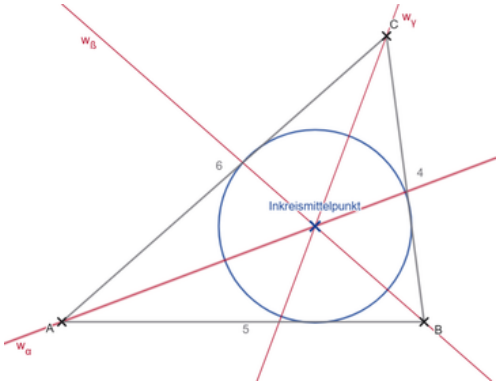

## Beweis der Eigenschaft der Mittelsenkrechte

**Satz:** Für Winkel, die höchstens 180° groß sind, gilt:
Wenn ein Punkt P auf der Winkelhalbeirenden liegt,
so hat er von beiden Schenkeln denselben Abstand.

**Beweis:** Die Winkelhalbierende teilt den Winkel in zwei gleich große Teilwinkel.
Betrachtet man die rechtwinkligen Dreiecke CPS und DPS, so gilt:

1. SP = SP (gemeinsame Seite)
2. α1 = α2 (Winkelhalbierende)
3. Die Winkel bei C und D sin 90°

Nach dem Kongruenzsatz WSW sind die Dreiecke kongruent.
Darauf folgt: IPCI = IPDI
Der Punkt P hat also zu beiden Schenkeln den gleichen Abstand.




## Definition Inkreis

Der **Inkreis** eines Dreiecks ist ein Kreis,
der **alle Seiten** des Dreiecks **berührt**.
Der Mittelpunkt des Kreises ergibt sich aus dem Schnittpunkt W der drei Winkelhalbierenden eines Dreiecks.

### Parkanlage

Welche Rolle spielen die Winkelhalbierenden bei der Suche nach dem richtigen Platz für den Springbrunnen?

Notiere deine Vermutungen.

### Inkreis

Wo setzt du den Zirkel für das kreisfömige Blumenbeet an?

Wie groß muss der Radius des Blumenbeetes sein, damit er in die dreiekige Rasenfläche passt?

Notiere deine Vermutungen.

### Lage des Inkreismittelpunktes im Dreieck

Liegt der Inkreismittelpunkt immer an der gleichen Stelle im Dreieck?

Verschiebst sich dieser Punkt bei unterschiedlichen Dreiecksformen?

Notiere deine Vermutungen.

### Aufgabe 8 - Eigenschaft der Winkelhalbierende erkunden

Im GeoGebra Applet hast du die Winkelhalbierende zu den beiden Wegstrecken [AB] und [BC] konstruiert und auf ihr drei verschiedene Punkte markiert.

**Miss** jeweils die **Abstände** zu den Wegstrecken.

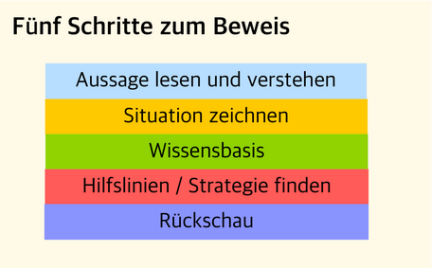
Was kannst du beobachten?

## Aufgabe 9c - Beweis der Eigenschaft der Winkelhalbierenden

Formuliere selbst einen Beweis für den folgenden Satz:

**Liegt ein Punkt P auf der Winkelhalbierenden, dann sind die Abstände des Punktes P von den beiden Schenkeln gleich.**

**Es gilt |PC| = |PD|.**




Beweisschritte:

**Schritt 1 - Voraussetzung klären**

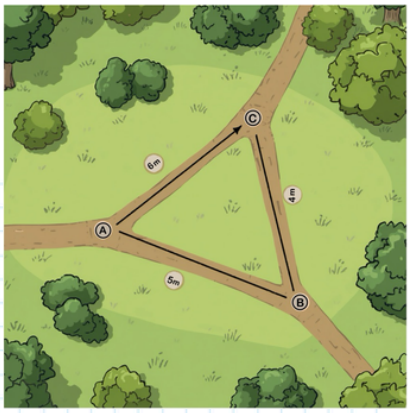
**Schritt 2 - Situation zeichnen**

**Schritt 3 - Wissensbasis sammeln**

**Schritt 4 - Finde eine passende Strategie**

**Schritt 5 - Rückschau**

## Aufgabe 10 + 11 - Kreisförmiges Blumenbeet + Inkreis




**Ermittle** nun den **Standort Springbrunnens** und seine Entfernung zu den Wegstrecken.

## Aufgabe 12 - Lage des Umkreismittelpunktes im Dreieck

Beantworte und Begründe folgende Fragen:

1. Bleibt der Inkreismittelpunkt immer innerhalb des Dreiecks?
2. Verändert sich der Radius des Inkreises, wenn du Punkt C verschiebst?
3. Was fällt dir bei unterschiedlichen Dreiecksformen (spitz-, recht-, stumpfwinklig) auf?

## Notizblatt