

Jahrgangsstufe 13 Leistungsnachweis Nr. 3 (Musterklausur)
Mathematik LK / C. Schmitt

Thema:	Differenzialgleichungen
Bearbeitungszeit:	90 Minuten (2 Unterrichtsstunden)
Hilfsmittel:	Taschenrechner (<u>ohne Grafik; nicht programmierbar</u>), Formelsammlung
Beachte:	a) Der Rechenweg muss bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte c) Schmierzettel werden nicht eingesammelt

Aufgaben:

- 1) a) In einer Stadt verbreitet sich ein Gerücht. Die Zahl der Personen, die davon gehört haben, nimmt im Laufe einer Woche um 20% zu. Wie lange dauert es, bis die ganze Stadt (50000 Einwohner) das Gerücht kennt?
(2 Punkte)
- b) Wie viel Prozent verliert Geld im Verlauf von 8 Jahren an Kaufkraft, wenn die durchschnittliche jährliche Inflationsrate 2,6% beträgt?
(2 Punkte)
-
- 2) Welche der Funktionen $f_1(x) = x^2$; $f_2(x) = 3e^x$; $f_3(x) = 3e^{2x}$; $f_4(x) = 2e^{3x}$ löst die Differenzialgleichung $f'(x) = 3 \cdot f(x)$?
(4 Punkte)
-
- 3) Ermitteln Sie alle Lösungen der Differenzialgleichung $f'(x) = -2 \cdot f(x)$ (*ohne besonderes Verfahren, d.h. im Kopf durch „sinnvolles Probieren“*).
Entscheiden Sie, welche der Lösungen die Bedingung $f(0) = 2$ erfüllt.
(4 Punkte)
-
- 4) Bestimmen Sie jeweils die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung durch **Separation**
- a) $f'(x) = -\frac{x}{f(x)}$ mit $f(x) \neq 0$
(Haben Sie eine Vorstellung, wie der Graph Ihrer Lösungsfunktion aussieht?)
(4 Punkte)
- b) $f'(x) = -\frac{3 \cdot f(x)}{x}$
(3 Punkte)
- c) $x \cdot f'(x) - 3 = f(x)$
(3 Punkte)

-
- 5) Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung in Aufgabe 4c), zeichnen Sie eine mögliche Lösungskurve und stellen Sie den Zusammenhang zu Ihrer Lösung in Aufgabe 4c) her. (4 Punkte)
-
- 6) $f(x) \cdot e^x + f'(x) \cdot e^x = -e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$
Separation nicht verlangt;
integrieren und lösen Sie trotzdem (4 Punkte)
-
- 7) Bestimme alle Funktionen f , für die gilt:
Die Tangente an den Graphen von f an der Stelle x schneidet die x -Achse an der Stelle $x-4$ (6 Punkte)
-
- 8) Bestimme alle Funktionen f mit $f(x) > 0$, für die gilt:
Die Normale des Graphen von f an der Stelle x schneidet die y -Achse im Punkt $P(0 | f(x)+4)$ (6 Punkte)
-

insgesamt: 42+2 Punkte