Übungsblatt 16

Thema: Musteraufgabe / Analysis Logarithmusfunktion; Rotationsvolumen; Umkehrfunktion

$$\boxed{f_t(x) = \ln(x^2+t) \; ; \; x \in \mathbb{R}}$$

a) $f(-x) = \ln(x^2+t) = f(x)$

$\Rightarrow$ Achsensymmetrie

$f(x) = \ln(x^2+t) = 0$

$e^{x^2+t} = e^0$

$x^2+t = 1 \quad | -t \; | \sqrt{\ }$

$x = \pm\sqrt{1-t} \quad ; \quad t < 1$

$X_1(\sqrt{1-t} \,|\, 0) \qquad X_2(-\sqrt{1-t} \,|\, 0)$

$f'(x) = \frac{1}{x^2+t} \cdot 2x$

$= \frac{2x}{x^2+t}$

$f''(x) = \frac{2\cdot(x^2+t) - 2x(2x)}{(x^2+t)^2}$

$= \frac{2x^2+2t-4x^2}{(x^2+t)^2}$

$= \frac{-2x^2+2t}{(x^2+t)^2}$

not. Bed: $f'(x) \overset{!}{=} 0$

$\frac{2x}{x^2+t} = 0 \quad | \cdot (x^2+t)$

$2x = 0 \quad | :2$

$x_0 = 0$

hinr. Bed: $f''(x_0) \; \begin{matrix} >0 \Rightarrow TP \\ =0 \Rightarrow SP \\ <0 \Rightarrow HP \end{matrix}$

$f''(0) = \frac{-2\cdot 0^2 + 2t}{(0^2+t)^2}$

$= \frac{2t}{t^2}$

$= \frac{2}{t}$

$\Rightarrow$ für $t > 0 \Rightarrow$ Tiefpunkt

für $t < 0 \Rightarrow$ Hochpunkt