$\frac{1}{y-0{,}05}=1+x^2 \quad |-1$

$\frac{1}{y-0{,}05}-1=x^2 \quad |\sqrt{()}$

$\sqrt{\frac{1}{y-0{,}05}-1}=x$

$g^{-1}(x)=\sqrt{\frac{1}{x-0{,}05}-1}$

3. Volumenintegrale aufstellen

Nun können wir die Volumenintegrale aufstellen, welche wir im nächsten Schritt zur Berechnung des Mantelvolumens benötigen.

$$\pi\cdot\int_{0,1}^{1}\left(w_{0,5}^{-1}(x)\right)^2\,dx$$

$$\pi\cdot\int_{0,1}^{1,05}\left(g^{-1}(x)\right)^2\,dx$$

4. Mantelvolumen berechnen

Zunächst wird das Volumenintegral der Umkehrfunktion von $w_{0,5}(x)$ in den Grenzen von $0{,}1$ bis 1, dann das Volumenintegral von der Umkehrfunktion von g(x) in den Grenzen von $0{,}1$ bis $1{,}05$ berechnet.

Wir betrachtet uns daher beide, später zu subtrahierenden Volumenintegrale einzeln.

Erstes Integral:

$$\pi\cdot\int_{0,1}^{1,05}\left(g^{-1}(x)\right)^2\,dx=\pi\cdot\int_{0,1}^{1,05}\left(\sqrt{\frac{1}{x-0{,}05}-1}\right)^2\,dx$$

Wir erkennen, dass das Integral mit der Methode der Integration durch Substitution berechnet werden kann.

$$=\pi\cdot\int_{0,1}^{1,05}\left(\frac{1}{x-0{,}05}-1\right)\,dx=\pi\cdot\left(h(k(x))\cdot k'(x)\right)=\pi\cdot\int H(k(x))$$

$k(x)=x+0{,}05 \qquad k'(x)=1$

$h(x)=\frac{1}{t} \qquad H(x)=\ln(t)$

$$=\pi\cdot\left[ln(x-0{,}05)-x\right]_{0,1}^{1,05}=\pi\cdot\left(\left(\ln(1)-1{,}05\right)-\left(\ln(0{,}05)-0{,}1\right)\right)\approx 2{,}05\pi$$

Zweites Integral:

$$\pi\cdot\int_{0,1}^{1}\left(w_{0,5}^{-1}(x)\right)^2\,dx=\pi\cdot\int_{0,1}^{1}\left(\sqrt{\frac{1}{x}-1}\right)^2\,dx=\pi\cdot\int_{0,1}^{1}\left(\frac{1}{x}-1\right)\,dx$$

Da das Integral von $\frac{1}{x}$ nach unserem Wissen $\ln(x)$ ist, und da das Integral von 1 x ist, können wir das Integral nun lösen.

$$=\pi\cdot\left[ln(x)-x\right]_{0,1}^{1}=\pi\cdot\left(\left(\ln(1)-1\right)-\left(\ln(0{,}1)-0{,}1\right)\right)\approx 1{,}4\pi$$

Nun berechnen wir das Mantelvolumen der Glocke, indem wir 1,4π von 2,05π subtrahieren.

$2{,}05\cdot\pi-1{,}4\cdot\pi\approx 2{,}04$

A: Das Mantelvolumen der Glocke beträgt ca. 2,04 VE (Volumeneinheiten).

--Liberté 20:33, 13. Mär. 2012 (CET)