

Protokoll vom 11. Dezember 2013
von Julia Gundlich
Thema: Der natürliche Logarithmus
1.) Besprechung der 2. Kursarbeit

Die größten Kritikpunkte waren:

- Das Nullstellen bestimmen wird bei Funktionen wie: $f(x) = x^2 + 8x$ mithilfe von Ausklammerung durchgeführt

- Bei Funktionen wie: $\frac{2}{1 + e^x}$ benutzt man am besten (und einfachsten) die Kettenregel.

- Potenzieren von Potenzen heißt das Multiplizieren der Hochzahlen (=5. Potenzgesetz). Das heißt: $f(x) = (e^x)^3 = e^{3x}$

2.) Der natürliche Logarithmus

Herleitung der Ableitung

$$f(t) = 1,06^t$$

Um die Wachstumsgeschwindigkeit ausrechnen zu können, benötigen wir die Ableitung. Dabei kamen wir auf den natürlichen Logarithmus.

$$e^y = 1,06 \leftrightarrow y = \log_e(1,06) = \ln(1,06)$$

Der Logarithmus ist wie folgt definiert:

„Finde die Hochzahl y , mit der ich e potenzieren muss damit $1,06$ herauskommt.“

Von e wissen wir bereits den Ableitungsterm: $f(x) = e^{tx}$; $f'(x) = te^{tx}$

Wenn wir also unseren Logarithmus für t einsetzen, da: $1,06 = e^y = e^{\ln(1,06)}$, so erhalten wir unsere gewünschte Ableitung. In diesem Fall wäre diese dann: $f'(x) = 1,06^t \cdot \ln(1,06)$.

$$f(t) = 1,06^t = (e^{\ln(1,06)})^t = e^{t \cdot \ln(1,06)}$$

$$f'(t) = e^{t \cdot \ln(1,06)} \cdot \ln(1,06) = 1,06^t \cdot \ln(1,06)$$

Das heißt verallgemeinert: der Ableitungsterm bei einem Term, der nicht die Basis e hat, ist die Funktion selbst multipliziert mit dem natürlichen Logarithmus der Basis.

$\begin{aligned} f'(x) &= a^x \cdot \ln(a) \\ &= a^x \cdot f'(0) \\ f'(0) &= \ln(a) \end{aligned}$
--

Beispiel:

$$f(x) = 9^{5x-3} + 5$$

$$g(x) = 5x - 3 \quad g'(x) = 5$$

$$h(t) = 9^t + 5 \quad h'(t) = \ln(9) \cdot 9t$$

$$f'(x) = 5 \cdot \ln(9) \cdot 9^{5x-3}$$

$$= 10,99 \cdot 9^{5x-3}$$

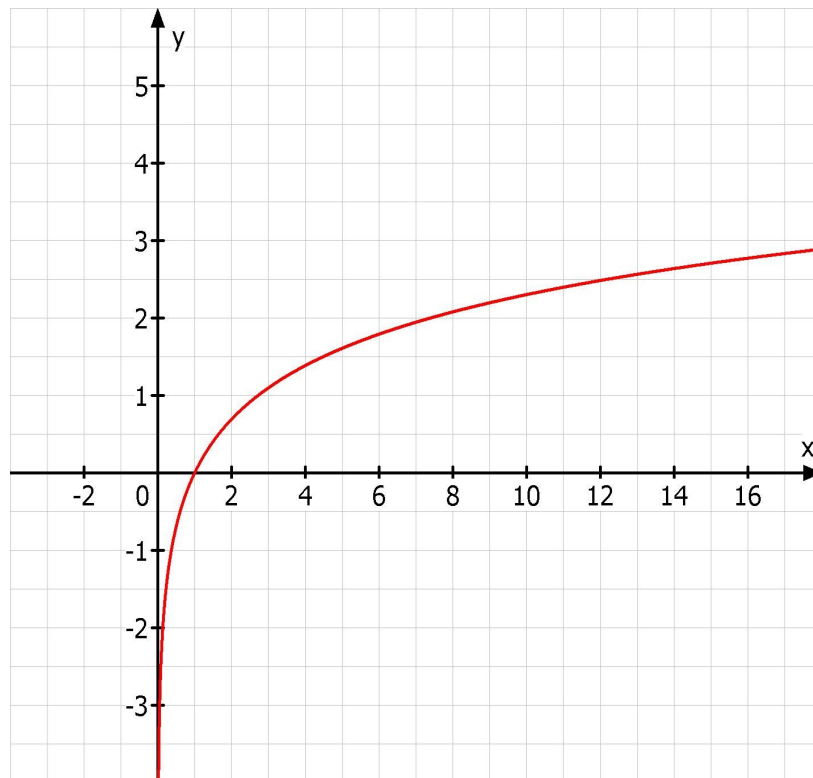
Logarithmen Gesetze

$$1.) \ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$$

$$2.) \ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$3.) \ln(x^y) = y \cdot \ln(x)$$

Die natürlich Logarithmus Funktion grafisch dargestellt



-Der Graph ist streng monoton wachsend.

-Die Ableitung ist immer positiv.

- $x=0 \Rightarrow$ senkrechte Asymptote

Rechnen mit ln

$$a.) e^{-\ln(5)} = \frac{1}{e^{\ln(5)}} = \frac{1}{5} = 0,2$$

b.)

$$e^{2x}=5 \\ 2x=\ln(5) \quad | :2$$

ODER

$$e^{2x}=5 \quad | \ln(5) \\ \ln(e^{2x})=\ln(5) \\ 2x \cdot \ln(e) = \ln(5)$$

$$x = \frac{\ln(5)}{2} = 0,81$$

c.) Mithilfe der Substitution kann man Gleichungen mit e^x einfach lösen.

$$\text{Bsp.: } e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$$

$$z = e^x \quad z^2 = e^{2x}$$

$$z^2 - 6z + 8 = 0$$

$$z_1 = 2 = e^x \rightarrow x = \ln(2) = 0,69$$

$$z_2 = 4 = e^{2x} \rightarrow x = \ln(4) = 1,39$$

Mithilfe des natürlichen Logarithmus kann man das Wachstumsverhalten zum Beispiel bei Bakterienkulturen und Kletterpflanzen ausrechnen.

Hausaufgaben für den 13. Dezember 2013

Buch Seite 28 A1 b,d,e; A2 a,d; A4a; A5a; (A6; A7); A8 b,c,d,e; A9

Verbesserung der Klassenarbeit