

Übungen zur Klausur 2

		M	I	E	S
			V	A	N
			D	E	R
		R	O	H	E
S	C	H	U	L	E
A	A	C	H	E	N

1. Es sei $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

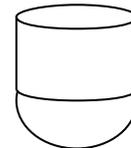
- a) Untersuche, wo $f(x)$ nicht definiert ist und bestimme dort den Grenzwert nach L' Hospital.
 b) Skizziere den Verlauf von $f(x)$ möglichst genau und markiere den errechneten Grenzwert. (Hinweis: Vereinfache durch Polynomdivision)

2. Es sei $f(x) = \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$

Untersuche, wo $f(x)$ nicht definiert ist und bestimme dort den Grenzwert nach L' Hospital.

3. Bestimme $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln x$ nach der 2. Regel von L'Hospital.

4. Ein Kessel besteht aus einer Halbkugel mit aufgesetztem Zylindermantel.



- a) Wie sind der Radius und die Zylinderhöhe zu wählen, damit der Kessel bei vorgegebener Oberfläche $O=1\text{m}^2$ ein möglichst großes Volumen hat? Wie groß ist das Volumen?
 b) Wie ist das Verhältnis von Radius zu Zylinderhöhe bei beliebiger Oberfläche?
 (Zwischenergebnis: $V'(r)=0,5 \cdot O - 2,5\pi r^2$)

5. Es sei $f(x)=e^{ax+b}$. Zeige mit Vollständiger Induktion, dass $f^{(n)}(x) = a^n \cdot e^{ax+b}$.
 ($f^{(n)}(x)$ ist die n-te Ableitung von $f(x)$)

6. Zeige mit vollständiger Induktion: $n! > 2^n$ für $n > 3$. ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)

7. **Zusatzaufgabe:** (Quelle: Wille: Humor in der Mathematik)

Ein Schüler geht hinter einem Mädchen mit auffallend schönen Beinen her.

Frage: In welcher Entfernung muss er hinter dem Mädchen hergehen, um die Beine, soweit sie unter dem Rock hervorschauen, unter dem größtmöglichen Blickwinkel zu sehen? Die Höhe des Rocksauemes über dem Erdboden sei 60cm und die Augenhöhe des Schülers 178cm.

[Zur Lösung brauchen Sie die Ableitung des Arcustangens: $(\arctan x)' = 1 / (1 + x^2)$]

DER TROST DABEI IST, DASS DIE GESUCHTE ENTFERNUNG NICHT UNENDLICH IST UND DIE MORAL, DASS SIE NICHT NULL IST.