

Lösung zu Aufgabe 6: „Berechnungen rund um den Zylinder“

	r	h	G	V	M	O
a)	5,2 cm	1,15 cm	84,95 cm ²	0,098 dm ³ = 98 cm ³	37,69 cm ²	207,59 cm ²
b)	2,99 m	1,61 m	2800 dm ² = 28 m ²	45 m ³	30,15 m ²	86,15 m ²
c)	1,78 dm	6,45 dm	9,93 dm ²	64 dm ³	72 dm ²	91,86 dm ²

Ausführliche Lösungen mit Rechenweg:

a) geg.: $V = \pi r^2 \cdot h = 0,098 \text{ dm}^3 = 98 \text{ cm}^3$
 $r = 5,2 \text{ cm}$

ges.: h, G, M, O

Lösung:

$$h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{98 \text{ cm}^3}{\pi \cdot 5,2^2 \text{ cm}^2} \approx 1,15 \text{ cm}$$

$$G = \pi r^2 = \pi \cdot 5,2^2 \text{ cm}^2 \approx 84,95 \text{ cm}^2$$

$$M = 2\pi r \cdot h = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} = \frac{2V}{r} = \frac{2 \cdot 98 \text{ cm}^3}{5,2 \text{ cm}} \approx 37,69 \text{ cm}^2$$

$$O = 2G + M = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r} = 2 \cdot \pi \cdot 5,2^2 \text{ cm}^2 + \frac{2 \cdot 98}{5,2} \text{ cm}^2 \approx 207,59 \text{ cm}^2$$

b) geg.: $V = \pi r^2 \cdot h = 45 \text{ m}^3$

$$G = \pi r^2 = 2800 \text{ dm}^2 = 28 \text{ m}^2$$

ges.: r, h, M, O

Lösung:

$$r = \sqrt{\frac{G}{\pi}} = \sqrt{\frac{28 \text{ m}^2}{\pi}} \approx 2,99 \text{ m}$$

$$h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{V}{G} = \frac{45 \text{ m}^3}{28 \text{ m}^2} \approx 1,61 \text{ m}$$

$$M = 2\pi r \cdot h \approx 2\pi \cdot \sqrt{\frac{G}{\pi}} \cdot \frac{V}{G} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{28}{\pi}} \text{ m} \cdot \frac{45}{28} \text{ m} \approx 30,15 \text{ m}^2$$

$$O = 2G + M = 2 \cdot 28 \text{ m}^2 + 2\pi \sqrt{\frac{28}{\pi}} \text{ m} \cdot \frac{45}{28} \text{ m} \approx 86,15 \text{ m}^2$$

c) geg.: $V = \pi r^2 \cdot h = 64 \text{dm}^3$

$$M = 2\pi r \cdot h = 72 \text{dm}^2$$

ges.: r, h, G, O

Lösung:

Hier kann man nicht wie bei den anderen Aufgaben direkt eine der unbekanntenen Größen durch Umstellen einer Gleichung ausrechnen, da sowohl in der Volumenformel als auch in der Formel für den Mantelflächeninhalt zwei unbekannte Größen (r und h) auftauchen. Man hat also zwei Gleichungen (Formeln für V und M) und zwei Unbekannte (r und h) \Rightarrow Aufstellen eines linearen Gleichungssystems:

$$\text{I} \quad V = \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{II} \quad M = 2\pi r \cdot h \quad | : 2\pi r$$

$$\text{I} \quad V = \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{II} \quad h = \frac{M}{2\pi r}$$

$$\text{II} \text{ in I einsetzen: } V = \pi r^2 \cdot \frac{M}{2\pi r}$$

$$V = r \cdot \frac{M}{2} \quad | \cdot \frac{2}{M}$$

$$r = \frac{2V}{M} = \frac{2 \cdot 64 \text{dm}^3}{72 \text{dm}^2} = \frac{128}{72} \text{dm} \approx 1,78 \text{dm}$$

$$G = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{128}{72} \text{dm} \right)^2 = \pi \cdot \frac{128^2}{72^2} \text{dm}^2 \approx 9,93 \text{dm}^2$$

$$h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{V}{G} = \frac{64 \text{dm}^3}{\pi \cdot \frac{128^2}{72^2} \text{dm}^2} \approx 6,45 \text{dm}$$

$$O = 2G + M = 2 \cdot \pi \cdot \frac{128^2}{72^2} \text{dm}^2 + 72 \text{dm}^2 \approx 91,86 \text{dm}^2$$