

Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 4

Thema: Stochastik (bedingte Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik, Erwartungswert, Standardabweichung, Binomialverteilung, Einführung Testen von Hypothesen)

Lehrer: C. Schmitt

Bearbeitungszeit: 135 Minuten

Hilfsmittel: Taschenrechner (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung

Beachte: a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein.

b) Zwei Formpunkte; insgesamt 72+2 Punkte

Aufgaben:

1) Um die Kinder an einer sog. "Rennstrecke" zu schützen, hat man das Verkehrszeichen "Tempo 30" aufgestellt. Nach allgemeinen Erfahrungswerten wird dies leider von 30% der Autofahrer nicht beachtet (Raser).

a) Ein Kind hat 10 Autos gezählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass darunter mindestens zwei Raser sind?

b) Die Polizei kontrolliert 100 Fahrzeuge;

→ berechnen Sie den Erwartungswert μ für Raser;

→ ermitteln Sie folgende Wahrscheinlichkeiten: Die Polizei erwischt

A) mehr als 30 Raser

B) mindestens 20 und höchstens 40 Raser

→ bestimmen Sie mit Hilfe einer Tabelle ($n=100$) den kleinsten Wert von k , so dass gilt:

$$P(30 - k \leq X \leq 30 + k) \geq 0,9$$

c) Die Polizei kontrolliert 150 Fahrzeuge; bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in der Stichprobe die Anzahl der Raser genau dem Erwartungswert entspricht.

d) Berechnen Sie bitte, wie viele Autofahrer die Polizei mindestens kontrollieren muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mindestens einen Raser zu ermitteln?

(30 Punkte)

2) In jedem fünften Überraschungsei befinde sich ein Monster, wobei man davon ausgehen kann, dass die Verteilung der Figuren zufällig ist.

- a) Eine Familie mit zwei Kindern kauft 20 Eier.
Erklären Sie, welche Bedeutung in diesem Zusammenhang die folgende Rechnung hat:

$$\binom{20}{2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{18} \approx 0,13691$$

- b) Das jüngere Kind möchte unbedingt ein Monster haben....
Berechnen Sie, wie viele Überraschungseier der geduldige Vater mindestens kaufen muss, damit der kleine Quälgeist mit einer Sicherheit von mindestens 99,9% mindestens ein Monster erhält.

(9 Punkte)

3) a) In einer Firma mit 100 Mitarbeitern sind im Durchschnitt 10% der Belegschaft krank, auf Fortbildung oder im Urlaub.

Fehlen an einem Tag mehr als 20 Mitarbeiter, so muss der Betrieb wegen Personalmangel eingestellt werden. Berechnen Sie bitte, wie groß dieses Risiko ist.

- b) Ein Multiple-Choice-Test enthält 300 Fragen mit je 3 Auswahlantworten. Bei jeder Frage ist nur eine Antwort richtig. Ein Student soll bei diesem Test kein einziges Kreuz an die richtige Stelle gesetzt haben.
Urteilen Sie selbst.

(9 Punkte)

4) In einer Urne befinden sich angeblich 20% weiße und 80% schwarze Kugeln. Zur Prüfung werden 50 Kugeln mit Zurücklegen gezogen; falls sich unter diesen mehr als 17 weiße Kugeln befinden, wird die Behauptung „20% weiße Kugeln“ zurückgewiesen, andernfalls akzeptiert.

- a) Untersuchen Sie bitte, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Behauptung **abgelehnt wird**, obwohl es tatsächlich „20% weiße Kugeln“ sind....
Berechnen Sie also die sog. Irrtumswahrscheinlichkeit.

- b) Wir nehmen an, dass nunmehr in der Urne gleich viel weiße und schwarze Kugeln sind.
Berechnen Sie dann, mit welcher Wahrscheinlichkeit - bei obiger Entscheidungsregel - die Behauptung **akzeptiert wird**, es seien „20% weiße Kugeln“.

(12 Punkte)

5)

	G	\bar{G}	Summe
M	10	2	12
\bar{M}	4	6	10
Summe	14	8	22

Die Wirksamkeit eines neuen Medikamentes M wird getestet. Von 22 erkrankten Personen erhalten 12 die neue Arznei, die anderen 10 erhalten Placebos (Zuckertabletten), womit eine psychisch bedingte Verfälschung des Testergebnisses ausgeschlossen werden soll.

Untersuchen Sie bitte mit dem Satz von Bayes, ob es für „Einnahme des Medikaments“ und Genesung einen Zusammenhang gibt.

(12 Punkte)