

7) $f'(x) \cdot \sqrt{x} + f(x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \cos x$ für $x > 0$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung
(Separation nicht verlangt; integrieren und lösen Sie trotzdem;
Zusatzpunkte für die Probe, falls alle anderen Aufgaben bearbeitet).

(4 P)

- 8) Bestimmen Sie bitte alle Funktionen f , für die gilt:
Die Tangente an den Graphen von f an der Stelle x verläuft durch den Punkt $P(0|-1)$
(6 P)

- 9) Ein Teich kann höchstens 1000 Fischen Lebensraum geben. Am Anfang sind nur 10 Fische im Teich. Diese vermehren sich so, dass die Wachstumsrate 10% des Unterschiedes zwischen 1000 und dem betreffenden Fischbestand beträgt. Die Einheit auf der Zeitachse ist das Jahr.

a) Analysieren Sie bitte, welche Funktion den Fischbestand beschreibt. (8 P)

b) Berechnen Sie dann, nach wie vielen Jahren 990 Fische zu erwarten sind. (3 P)

c) Diskutieren Sie auch einen Bestand von 1000 Fischen. (1 P)

10)

Von 6000 isoliert lebenden Menschen (z. B. eines Indianerstammes) infiziert sich eine Person an Grippe. Durch gegenseitige Ansteckung zählt man nach 5 Wochen bereits 400 Kranke.

a) Um die Ausbreitung dieser Grippe zu modellieren, geht man von logistischem Wachstum der Anzahl K der Erkrankten aus. Was spricht für diese Annahme?

b) Bestimmen Sie den Funktionsterm. Nach welcher Zeit ist die Hälfte der Bewohner krank? Welche Bedeutung hat dieser Zeitpunkt für die weitere Ausbreitung der Krankheit?

c) Wie groß ist in den ersten 2 Monaten die mittlere Zunahme an Erkrankten pro Woche?

d) Bestimmen Sie einen Funktionsterm für die Zuwachsrate

e) In welcher Woche gibt es 2 Neuerkrankungen? (20 P)

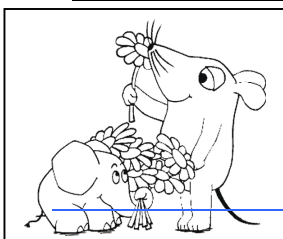
11) *Newtonsches Abkühlungsgesetz*

Ein Körper sei wärmer als seine Umgebung. Seine Temperatur ϑ ist eine Funktion der Zeit $\vartheta = f(t)$. Die Abkühlungsrate $f'(t)$ ist proportional der Differenz von Temperatur ϑ des Körpers und der Umgebungstemperatur ϑ_U .

a) Stellen Sie die Differenzialgleichung auf. Geben Sie eine spezielle Lösung unter Verwendung der Anfangstemperatur ϑ_0 an.

b) Ein Körper kühle sich in 10 min von 400°C auf 300°C ab, wobei die Umgebungstemperatur ϑ_U 20°C ist.

Wann hat sich der Körper auf 50°C abgekühlt? (15 P)



insgesamt 82+2 Punkte
Das wird die letzte Mathematikarbeit Ihrer ganzen Schulzeit!