c) $f_4(x) = \ln(x^2+4)$ $1\,LE \hat{=} 5\,cm$

$\ln(8) = f(x)$

Umkehrfunktion von $f_4(x)$ bilden!

$f_4(x) = \ln(x^2+4) = y$

$x^2+4 = e^y \quad |-4 \quad |\sqrt{\ }$

$x = \sqrt{e^y-4}$

$\Rightarrow \underline{\underline{f_4^{-1}(x) = \sqrt{e^x-4}}}$

Nullstelle finden!

$f_4^{-1}(x) = \sqrt{e^x-4} = 0 \quad |(\ )^2$

$e^x - 4 = 0 \quad |+4$

$e^x = 4 \quad |\ln$

$\underline{\underline{x = \ln(4)}}$

Volumen der Schale bestimmen!

$V = \pi \int_{x_1}^{x_2} (f(x))^2 \, dx$

$V = \pi \int_{\ln(4)}^{\ln(8)} \left(\sqrt{e^x-4}\right)^2 dx = \pi \int_{\ln(4)}^{\ln(8)} e^x - 4\,dx$

$= \pi \left[e^x - 4x\right]_{\ln(4)}^{\ln(8)} = \pi \cdot \left[\left(e^{\ln(8)} - 4\cdot\ln(8)\right) - \left(e^{\ln(4)} - 4\cdot\ln(4)\right)\right]$

$= \pi \cdot \left[(-0{,}317 - (-1{,}545))\right] = \pi \cdot 1{,}228 \approx \boxed{3{,}858 LE}$

$3{,}858\,LE \cdot (5\,cm)^3 = \boxed{482{,}5\,cm^3}$