

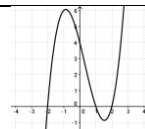
Thema: **Analysis - Lineare Funktionen**
Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion im Polypol

Blatt Nr.:

Die Marmeladenfabrik Pur Frutti GmbH kalkuliert mit einer Kapazität von 500 ME pro Monat für die Sorte "Purfrucht Pflaume". Sie erzielt für die Marmelade "Purfrucht Pflaume" einen Preis von 10 GE pro ME. Die Fixkosten liegen bei 400 GE. Die variablen Kosten pro ME liegen bei 8 GE pro ME.

Aufgaben:

- a) Bestimmen Sie die Erlösfunktion und den ökonomischen Definitionsbereich. Berechnen Sie den maximalen Erlös.
- b) Bestimmen Sie die Kostenfunktion im ökonomischen Definitionsbereich. Berechnen Sie die maximalen Kosten.
- c) Bestimmen Sie die Gewinnfunktion im ökonomischen Definitionsbereich und berechnen Sie den maximalen Gewinn, den die Marmeladenfabrik mit dem Verkauf des Gutes erzielen kann.
- d) Berechnen Sie die Gewinnschwelle, den Break-Even-Point, die Verlust- und die Gewinnzone.
- e) Stellen Sie die Situation graphisch dar.



Thema: **Analysis - Lineare Funktionen**
 Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion im Polypol

Blatt Nr.:

Lösung:

Zunächst werden die Angaben im Text in die mathematische Schreibweise übersetzt:

Text	Beschreibung	Mathematisierung
Die Marmeladenfabrik Pur Frutti GmbH kalkuliert mit einer Kapazität von 500 ME pro Monat für die Sorte "Purfrucht Pflaume".	Kapazitätsgrenze	$x_{Kap} = 500$
Sie erzielt für die Marmelade "Purfrucht Pflaume" einen Preis von 10 GE pro ME .	Marktpreis	$p = 10$
Die Fixkosten liegen bei 400 GE .	Fixkosten	$K_f = 400$
Die variablen Kosten pro ME liegen bei 8 GE pro ME .	Variable Stückkosten	$k_v = 8$

a) Erlösfunktion, ökonomischer Definitionsbereich, maximaler Erlös

Erlösfunktion bestimmen

Erlösfunktion allgemein

$$E(x) = p \cdot x$$

Hier mit

$$p = 10$$

Einsetzen liefert

$$E(x) = 10x$$

Ökonomischen Definitionsbereich bestimmen

Ökonomischer Definitionsbereich allgemein

$$D_{ök} = [0; x_{Kap}]$$

Hier mit

$$x_{Kap} = 500$$

Einsetzen liefert

$$D_{ök} = [0; 500]$$

Maximalen Erlös berechnen

Maximaler Erlös allgemein

$$E(x_{Kap})$$

Hier mit

$$E(x) = 10x \text{ und } x_{Kap} = 500$$

Einsetzen und berechnen

$$E(500) = 10 \cdot 500 = 5000$$

Die Erlösfunktion lautet $E(x) = 10x$ und ist auf dem ökonomischen Definitionsbereich $D_{ök} = [0; 500]$ definiert. Der maximale Erlös wird an der Kapazitätsgrenze erzielt und beträgt 5000 GE.

b) Kostenfunktion, maximale Kosten

Kostenfunktion bestimmen

Kostenfunktion allgemein

$$K(x) = k_v \cdot x + K_f$$

Hier mit

$$k_v = 8 \text{ und } K_f = 400$$

Einsetzen liefert

$$K(x) = 8x + 400$$

Maximale Kosten berechnen

Maximaler Kosten allgemein

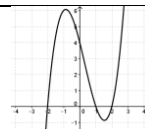
$$K(x_{Kap})$$

Hier mit

$$K(x) = 8x + 400 \text{ und } x_{Kap} = 500$$

Einsetzen und berechnen

$$K(500) = 8 \cdot 500 + 400 = 4400$$



Thema: **Analysis - Lineare Funktionen**
Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion im Polypol

Blatt Nr.:

Die Kostenfunktion lautet $K(x) = 8x + 400$ und ist auf dem ökonomischen Definitionsbereich $D_{ök} = [0; 500]$ definiert. Die maximalen Kosten entstehen an der Kapazitätsgrenze und betragen 4400 GE.

c) Gewinnfunktion, maximaler Gewinn

Gewinnfunktion bestimmen

Kostenfunktion allgemein

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

Hier mit

$$K(x) = 8x + 400 \text{ und } E(x) = 10x$$

Einsetzen

(Vorsicht: hier müssen Klammern um den Term der Kostenfunktion, da die gesamten Kosten subtrahiert werden!)

$$G(x) = 10x - (8x + 400)$$

Minuskammer auflösen (alle Vorzeichen in der Klammer drehen sich um)

$$G(x) = 10x - 8x - 400$$

Zusammenfassen

$$G(x) = 2x - 400$$

Maximalen Gewinn berechnen

Maximaler Gewinn allgemein

$$G(x_{Kap})$$

Hier mit

$$G(x) = 2x - 400 \text{ und } x_{Kap} = 500$$

Einsetzen und berechnen

$$G(500) = 2 \cdot 500 - 400 = 600$$

Die Gewinnfunktion lautet $G(x) = 2x - 400$ und ist auf dem ökonomischen Definitionsbereich $D_{ök} = [0; 500]$ definiert. Der maximale Gewinn wird an der Kapazitätsgrenze erreicht und beträgt 600 GE.

d) Gewinnschwelle, den Break-Even-Point, die Verlust- und die Gewinnzone

Gewinnschwelle berechnen

Gewinnschwelle allgemein

$$G(x_s) = 0$$

Hier mit

$$G(x) = 2x - 400$$

Einsetzen und nach x auflösen

$$2x - 400 = 0 \mid + 400$$

$$2x = 400 \mid : 2$$

$$x_s = 200$$

BEP berechnen

BEP allgemein

$$BEP(x_s; E(x_s))$$

Hier mit

$$x_s = 200 \text{ und } E(x) = 10x$$

Einsetzen und berechnen

$$E(200) = 10 \cdot 200 = 2000$$

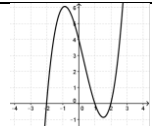
BEP

$$BEP(200; 2000)$$

Verlustzone

Verlustzone allgemein

$$[0; x_s[$$



Thema: **Analysis - Lineare Funktionen**
Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion im Polypol

Blatt Nr.:

Hier mit $x_S = 200$
Einsetzen $[0; 200[$
Gewinnzone
Gewinnzone allgemein $]x_S; x_{Kap}]$
Hier mit $x_S = 200$ und $x_{Kap} = 500$
Einsetzen $]200; 500]$

Die Gewinnschwelle liegt bei 200 ME. Der Break-Even-Point hat die Koordinaten $BEP(200; 2000)$. Die Verlustzone liegt im Intervall $[0; 200[$ und die Gewinnzone im Intervall $]200; 500]$.

e) Gewinnanalyse im Polypol

