

Stundenprotokoll

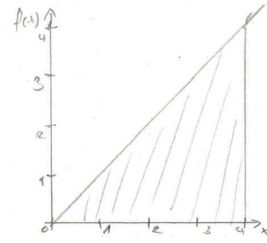
30.08.2013

Einführung in die Integralrechnung

Als erstes haben wir die Hausaufgabe vom 28.08. besprochen.

Lösung:

$$\sum_{i=1}^{n+1} (2i - 1) = (n+1)^2 = \sum_{i=1}^n (2i - 1) + 2n+1 = n^2 + 2n+1 = (n+1)^2$$



Danach haben wir die Fläche unter der Funktion $f(x)=x$ mit der Obersumme (Rechtecke sind umbeschrieben) angenähert und wir kamen auf die Formel für n-Streifen (Streifenbreite

$$\frac{4}{n} = \Delta x):$$

$$O_n = \Delta x (\Delta x + 2\Delta x + 3\Delta x + n\Delta x) = \Delta x^2 (1 + 2 + 3 + \dots + n) = \Delta x^2 \cdot \frac{n}{2} (n + 1) = \left(\frac{4}{n}\right)^2 \cdot \frac{n}{2} (n + 1) = 8 \cdot \frac{(n+1)}{n}$$

Berechnung der Fläche vom Dreieck:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} O_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 8 \frac{(n+1)}{n} = 8 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)}{n} = 8 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n} + \frac{1}{n} \right) = 8 \cdot 1 = 8 = \int_0^4 x dx$$

Für die Untersumme (Rechtecke sind einbeschrieben) kam eine ähnliche Formel raus.

$$U_n = \Delta x (\Delta x + 2\Delta x + 3\Delta x + (n-1)\Delta x) = n \cdot \frac{(n-1)}{2} \Delta x^2 = \frac{16}{n \cdot n} n \frac{(n-1)}{2} = 8 \frac{(n-1)}{n}$$

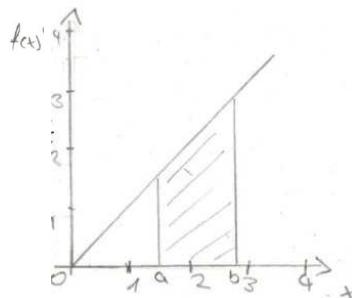
Allgemeine obere Grenze b :

$$\Delta x^2 (1+2+3+\dots+n) = \frac{b \cdot b}{2} \cdot \frac{(1+n)}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} O_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b \cdot b}{2} \cdot \frac{(n+1)}{n} = \frac{b \cdot b}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)}{n} = \frac{b \cdot b}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} + \frac{1}{n} = \frac{b \cdot b}{2} = \int_0^b x dx$$

Grenzen a und b :

$$\int_a^b x dx = \int_0^b x dx - \int_0^a x dx$$



Schreibweise:

$$\left[\frac{x^2}{2} \right]_a^b$$

Damit man nicht immer Obersummen braucht gibt es eine andere Möglichkeit Flächen zwischen den Grenzen a und b zu berechnen

Damit ergibt sich die Stammfunktion $F(x) = \frac{x^2}{2}$ und $F'(x) = x = f(x)$.

Hausaufgabe: $\int_{12}^{13} x dx$ und $\int_{15}^{17} x dx$