4) $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix}5\\6\\2\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}$

$E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\6\\-3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\5\\2\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}-2\\-3\\4\end{pmatrix}$

4.1.) Wir überprüfen, ob $\vec{r}, \vec{s}$ und $\vec{t}$ l.a. sind.

$\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix} ; \begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix} ; \begin{pmatrix}2\\5\\2\end{pmatrix}$ l.a.

$\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\5\\2\end{pmatrix}$

Nun überprüfen wir, ob $\vec{r}, \vec{s}$ und $\vec{u}$ l.a. sind.

$\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix} ; \begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix} ; \begin{pmatrix}-2\\-3\\4\end{pmatrix}$ l.a.

$-\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-3\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \underline{\underline{E_1 \parallel E_2}}$

4.2.) Wir überprüfen, ob die Ebenen identisch sind.
($\vec{q} - \vec{p}$; $\vec{r}$; $\vec{s}$ l.a.?)

$v\begin{pmatrix}1-5\\6-6\\-3-2\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix} = \vec{0}$

$$\begin{cases} -4v + 2r = 0 & \cdot 5 \\ 4r + s = 0 \\ -5v - r + 3s = 0 & \cdot(-4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4v + 2r = 0 \\ 4r + s = 0 & \cdot 7 \\ 14r - 12s = 0 & \cdot(-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4v + 2r = 0 \\ 4r + s = 0 \\ 31s = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v = 0 \\ r = 0 \\ s = 0 \end{cases}$$

$v = r = s = 0 \Rightarrow \vec{q}-\vec{p}; \vec{r}, \vec{s}$ l.u.

$\Rightarrow \underline{E_1 \neq E_2}$