

- 5.2 Die Qualifikationsphase (Q1 bis Q4) - Analysis II**
- **Lineare Algebra/Analytische Geometrie**
 - **Stochastik**
 - **Kurs themen zu den drei Sachgebieten**

5.2.1 Q1 Analysis II

Didaktisch-methodische Überlegungen

Die Berechnung des Inhalts einer Fläche, die von einer Kurve begrenzt wird, erfordert eine Erweiterung der Methode der Flächenberechnung. Der Gedanke, Flächeninhalte mittels geeigneter Approximation zu berechnen, führt wiederum zu einer infinitesimalen Methode. Damit werden Bezüge zum vorangegangenen Unterricht der Einführungsphase hergestellt.

Als Zugang zur Analysis II ist die Einführung in die Integralrechnung vorgesehen. Die gegenüber der Sekundarstufe I verallgemeinerte Flächeninhaltsberechnung erfolgt zunächst über die Betrachtung von Ober- und Untersummen und wird auf die Frage nach der Existenz eines gemeinsamen Grenzwertes zurückgeführt. Durch den Einsatz geeigneter Rechner kann gerade hier der Kalkaufwand erheblich reduziert und die Konzentration der Schülerinnen und Schüler auf das Verständnis begrifflicher Zusammenhänge gelenkt werden. An geeigneten Anwendungsbeispielen soll der Zusammenhang zwischen Flächeninhaltsbestimmung und der Berechnung verallgemeinerter Grenzwertprodukte aufgezeigt werden. Dabei ist die Grundvorstellung dieses infinitesimalen Summationsprozesses durch die Behandlung geeigneter Anwendungsbeispiele (z. B. physikalische Arbeit, Gesamtwachstum einer Größe, Volumenbestimmung) hinreichend zu verankern.

Mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung wird eine Verbindung zwischen den Operationen Differenzieren und Integrieren hergestellt. Der Begriff der Stetigkeit soll im Leistungskurs zum vertieften Verständnis dieses zentralen Lehrsatzes beitragen. Im Grundkurs wird man sich auf eine eher anschauliche Herleitung und die Herausarbeitung seines Nutzens für die Ermittlung bestimmter Integrale beschränken.

Neben der Einführung der Integralrechnung umfasst der Kurs Analysis II die Weiterführung der Differentialrechnung. Dabei geht es um die weitergehende und vertiefende Untersuchung komplexerer Funktionen unter Einbeziehung transzendenter, trigonometrischer und rationaler Funktionen und auch Funktionenscharen. Dazu wird die Erarbeitung eines angemessenen Kalkülvermögens als Fortführung des Jahresthemas Analysis I abgeschlossen. Während man sich im Grundkurs auf die Produktregel und die Kettenregel (lineare Verkettung) beschränkt, müssen im Leistungskurs die Quotientenregel und die allgemeine Form der Kettenregel behandelt werden.

Die notwendige Verzahnung der Differential- und Integralrechnung wird deutlich, wenn die partielle Integration im Zusammenhang mit der Produktregel und die Integration durch Substitution im Zusammenhang mit der Kettenregel eingeführt und betrachtet werden, wobei eine Beschränkung auf die lineare Verkettung ausreicht. Weitere Verbindungen von Differential- und Integralrechnung kann die Behandlung von Differentialgleichungen im Zusammenhang mit der Mathematisierung von Problemstellungen aus verschiedensten Anwendungsbereichen bieten.

Hier ist die Durchführung von Schülerprojekten zu ausgewählten Sachthemen möglich, mit denen Bezüge zu anderen Fachgebieten aufgezeigt werden können.

Insgesamt bietet der Kurs vielfältige Möglichkeiten zum Aufgreifen von Realitätsbezügen und zur Modellierung. Dies gilt insbesondere für Mathematisierungen mittels transzendenter Funktionen, die einen wichtigen Unterrichtsgegenstand im Kurs darstellen. Während Exponential- und Logarithmusfunktionen vor allem Wachstums- und Zerfallsprozesse in vielfältigen Zusammenhängen beschreiben, stehen trigonometrische Funktionen hauptsächlich im physikalischen und technischen Kontext.

Möglichkeiten der Approximation funktionaler Zusammenhänge als wichtiges Anwendungsfeld sollen vor allem im Leistungskurs behandelt werden. Zur Gewinnung passender Funktionsterme können einerseits typische Verfahren der Analysis leicht bereitgestellt werden, andererseits aber auch mathematische Verfahren verwendet werden, bei denen aus konkreten empirischen Daten Näherungsfunktionen gewonnen werden. Für den Unterricht bietet sich die Behandlung der Regressionsrechnung an, weil diese theoretisch leicht erarbeitet werden kann und moderne Rechner durchgängig unterschiedliche Regressionsmodelle bereitstellen (z. B. linear, quadratisch, exponentiell). Gerade hier gibt es eine Fülle realitätsbezogener Materialien, die sich methodisch besonders für von den Schülerinnen und Schülern selbstgesteuerte Unterrichtssequenzen, für Gruppenarbeit und für Projektaufträge eignen.

Sowohl im Grund- als auch im Leistungskurs ist auf die Einhaltung einer Balance zwischen Anwendungsorientierung und der theoretisch abgesicherten Erarbeitung der dazu notwendigen mathematischen Voraussetzungen zu achten.

Die didaktischen und methodischen Möglichkeiten neuer Medien und moderner schulrelevanter Rechner bzw. mathematischer Software kennen auch hier, ähnlich wie für die Einführungsphase beschrieben, in ausgewählten Unterrichtszusammenhängen genutzt werden.

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Fächer des mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Aufgabenfeldes	Integral als mathematische Grundlage des Arbeits- und Energiebegriffs; Integral als Gesamtwuchs; Volumina-Bestimmung; Mathematisierung von Schwingungs-, Wellen-, Zerfalls-, Lade-, Entlade- und Alterungsvorgängen
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Gewinnung und Untersuchung funktionaler Zusammenhänge zur Beschreibung gegebener Daten; Untersuchung von Entwicklungen bei Populationen; Mittelwertbildung bei stetigen Wachstumsvorgängen; Mathematisierung von Wirtschaftskreisläufen
Biologie (Medizin)	Abbau von Medikamenten und Schadstoffen im Körper; Herzleistungsmessung

Q1 LK

Analysis II

Unterrichtsinhalte:

Einführung in die Integralrechnung

Erweiterung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung

Anwendung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung

Stichworte:

Berechnung von Flächeninhalten durch Approximation und Grenzprozesse, Definition des bestimmten Integrals als Grenzwert von Ober- und Untersumme, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen, Analyse des Integralbegriffs (Bedeutung der Beschränktheit und Stetigkeit von Funktionen)

Eigenschaften und Anwendung des bestimmten Integrals (Summen- und Faktorregel)

Begriff der Stammfunktion und unbestimmtes Integral

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Stammfunktionsintegrale

Numerische Integration

Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel, Ableitung von Umkehrfunktionen

Verständiger Umgang mit den erarbeiteten Kalkülen der Analysis in bekannten Funktionsklassen: ganzrationale Funktionen, einfache rationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, trigonometrische Funktionen

Mathematisierung von Wachstums- und Zerfallsprozessen

Partielle Integration, Integration durch lineare Substitution, Zusammenhang zur Produkt- und Kettenregel, uneigentliche Integrale

Extremalprobleme (auch mit Integration)

Volumenintegral

Integralbegriff in Anwendungszusammenhängen
Approximation von Funktionen: Asymptotisches Verhalten, Approximation durch Polynome, Ausgleichskurven als mathematische Modelle für gegebene Daten

Querverweise:

Wirtschaftsprozesse: PoWi, G, Ek, E, F (GK/Profil E)
Integralbegriff: Phy

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§ 6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
Medienerziehung
Kulturelle Praxis