

Stochastik

Damit Donald Duck seine chronische Geldknappheit bekämpfen kann, bekommt er von seinem glücksverwöhnten Vetter Gustav dessen **Glücks-Tetraeder** geliehen, das auf vier Flächen die Zahlen 0, 3, 3, 7 trägt.

Donald probiert das Glücks-Tetraeder kurz aus und beschließt dann, mit folgendem Spiel auf verschiedenen Volksfesten ein reicher Mann zu werden:

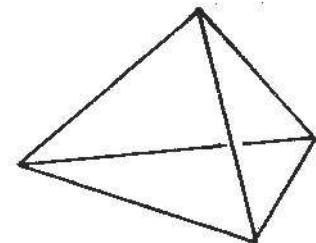
Der Spieler zahlt an Donald einen Einsatz von 10 Talern. Der Spieler würfelt dann mit dem Glücks-Tetraeder einmal. Anschließend zahlt Donald dem Spieler die Summe der auf dem geworfenen Tetraeder sichtbaren Augenzahlen aus.

In den folgenden Wochen stellt Donald aber fest, dass er insgesamt Verluste macht, und bittet deswegen seine Neffen Tick, Trick und Track um Hilfe.

Die Neffen überprüfen das Glücks-Tetraeder, indem sie es 100-mal werfen. Dabei stellen sie fest, dass das Glücks-Tetraeder 33-mal auf der „0“ landet. Sie gehen zu Donald und sagen ihm: „Wir können uns zwar auch – allerdings mit einer Wahrscheinlichkeit von weniger als 5 Prozent – irren, aber dein Glücks-Tetraeder bevorzugt die Lage auf der „0“.“

Aufgaben

Gehen Sie hier von einem idealen Tetraederwürfel aus, der auf seinen vier Flächen einmal eine „0“, einmal eine „7“ und zweimal eine „3“ trägt. Als geworfene Zahl gilt die Zahl, auf der das Tetraeder steht.



- a.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, beim 4-maligen Werfen zuerst eine „0“, dann eine „3“, dann wieder eine „3“ und zum Schluss eine „7“ zu werfen.
- a.2 Entscheiden Sie, welches Ereignis wahrscheinlicher ist: beim 6-maligen Werfen genau 3-mal eine „3“ zu werfen“ oder beim 13-maligen Werfen höchstens 2-mal die „0“ zu werfen.
- a.3 Untersuchen Sie, wie oft das Tetraeder mindestens geworfen werden muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95 Prozent mindestens einmal eine „7“ geworfen wird.

(13 BE)

- b.1 Bestimmen Sie den für Donald zu erwartenden Gewinn pro Spiel, wenn Donald das oben beschriebene Glücksspiel mit einem idealen Tetraeder anbietet.
- b.2 Berechnen Sie mit deutlicher Angabe eines rechnerischen Ansatzes den Zahlenwert, mit dem Donald eine der beiden „3“-er-Flächen des idealen Tetraeders überkleben müsste, damit sein Spiel mit den gleichen Regeln und dem Einsatz von 10 Talern fair wäre.
- (9 BE)**
- c. Erläutern Sie, welche Bedeutung in der Aussage der Neffen die „Wahrscheinlichkeit von weniger als 5 Prozent“ hat.
Überprüfen Sie dann die Richtigkeit der Aussage der Neffen über Gustavs Glücks-Tetraeder.
- (3 BE)**
- d. Das o.a. Testergebnis der Neffen legt nahe, dass Gustavs Glücks-Tetraeder eine andere Wahrscheinlichkeitsverteilung zugrunde liegt. Geben Sie auf der Grundlage des Testergebnisses eine mögliche Wahrscheinlichkeitsverteilung an und zeigen Sie, dass Donalds Verluste hiernach plausibel sind.
- (5 BE)**