Musterbeispiel einer Kurvendiskussion

Wir diskutieren die Kurve der Funktion: $f(x)=2x^2-3x+1$

1. Bestimmung der ersten und zweiten Ableitung
   $f'(x)=4x-3$
   $f''(x)=4$
   Wir bestimmen zunächst die ersten beiden Ableitungen, auch wenn wir sie hier noch nicht sofort benötigen, damit wir später bequem auf sie zurückgreifen zu können. Falls dir nicht klar sein sollte, wie du auf die Ableitung kommst, wiederhole bitte zuerst die Ableitungsregeln.

2. Bestimmung der Nullstellen X_1 und X_2
   $f(x)=2x^2-3x+1=(x-1)\cdot(2x-1)$
   $\Rightarrow X_1=(1,0) \qquad X_2=\left(\frac{1}{2},0\right)$
   Beachte: Da $f(x)$ ein Polynom vom Grad zwei ist, kann es auch nur maximal zwei Nullstellen besitzen.

3. Bestimmung der Extremstellen
   Wann ist $f'(x)=4x-3=0$ und $f''(x)=4\neq 0$?
   $$\begin{aligned} 0 &= 4x-3 \\ \Rightarrow x &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$
   Es gibt also eine Extremstelle am Punkt $E=\left(\frac{3}{4},?\right)$, da $f''(x)\neq 0$.
   Berechnung der y-Koordinate von E :
   $f\left(\frac{3}{4}\right)=-0{,}125$, also folgt: $E=\left(\frac{3}{4},-\frac{1}{8}\right)$
   Berechnung, ob E ein Hoch- oder Tiefpunkt ist:
   Da $f(0)=1=f\left(\frac{3}{2}\right)$ gilt, muss E ein Tiefpunkt sein.
   Beachte: Ist $f'(x)=f''(x)=0$ handelt es sich um eine Wendestelle.

4. Bestimmung der Wendestellen
   Da $f''(x)=4\neq 0$ gibt es keine Wendestellen.

5. Zeichnen des Graphen