Stundenprotokoll
28.August.2013
Anwendung Summenoperator, Beweis der Gauß-Formel durch Induktion

Am Anfang haben wir uns zunächst mit der Hausaufgabe vom 23.August.2013 beschäftigt.
Lösung:

$$\sum_{i=1}^{n+1} i^3 = \frac{1}{4}(n+1)^2(n+2)^2 = \sum_{i=1}^{n} i^3 + (n+1)^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2 + (n+1)^3 = \frac{1}{4}(n+1)^2(n+2)^2$$

Daraufhin haben wir uns mit der Frage befasst, wie „der kleine Gauß" wohl aus seiner Formel

($\frac{n}{2}$ (1+n)), die Formel für Kubische Zahlen geformt hat. Lösung: Statt die Kubikzahlen zu addieren, kann man genauso die Zahlen addieren und dann die Summe quadrieren.

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{1}{4} n^2(n+1)^2 = \left[\frac{1}{2} n(n+1)\right]^2$$

Bei den Quadratzahlen kamen wir über das Pascalsche Dreieck auf die Lösung:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{2n^3+3n^2+n}{6}$$

$(p-1)^3 = p^3 - 3p^2 + 3p - 1$

$\rightarrow 0^3+1^3+2^3+\ldots+(n-1)^3 = (1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3) - (3\bullet(1^2+2^2+3^3+\ldots+n^2)) + (3\bullet(1+2+3+\ldots+n)) - n$

$$1^2+2^2+\ldots+n^2 = \frac{2n^3+3n^2+n}{6} \qquad \rightarrow \text{q.e.d.}$$

Dann haben wir uns mit den Dualzahlen beschäftigt

Bsp: $1 = 1*2^0$ ②1

$20 = 1*2^4+0*2^3+1*2^2+0*2^1+0*2^0$ ②10100

Daraus ergab sich dann eine „neue" Behauptung:

$2^0+2^1+2^2+2^3+2^4=31=2^5-1$

$2^0+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5=63=2^6-1$

$$\sum_{i=o}^{n} 2^i = 2^{n+1}-1 \qquad \sum_{i=0}^{n+1} 2^i = 2^{n+2}-1 \qquad \sum_{i=0}^{n+1} 2^i = \sum_{i=0}^{n} 2^i + 2^{n+1} = 2^{n+2}-1 \qquad \rightarrow \text{q.e.d.}$$

von Julia Gundlich, 29.August.2013