Beweis: 3 Vektoren in der Ebene sind immer l.a.

Fach:	***Mathematik***	Themen:	***3 Vektoren im R2***
Erstellt am:	***26.11.10***	Schüler:	***Jonas Happel***
Lehrer:	***C. Schmitt***	Jgst. / Kurs:	***Leistungskurs 13***

$\underline{Vor}.:$

$\vec{a},\vec{b}\ \ l.u.\ im\ \Re^2$

$\underline{Beh}.:$

$\vec{a},\vec{b},\vec{c}\ \ l.a.\ \ im\ \ \Re^2$

$\underline{Bew}.:$

$x\cdot\vec{a}+y\cdot\vec{b}=\vec{0}\qquad => \quad x=y=0$

$x\cdot a_1+y\cdot b_1=0\qquad |\cdot-(a_2)$

$x\cdot a_2+y\cdot b_2=0\qquad |\cdot(a_1)$

$x\cdot a_1+y\cdot b_1=0$

$y\cdot(-b_1a_2+a_1b_2)=0$

$=>\ \underline{-b_1a_2+a_1b_2\neq 0}\qquad da\ y=0\ sein\ muss!$

Die Vorrausetzung, dass $\vec{a},\ \vec{b}$ in der Ebene l.u. sind

$\vec{c}=r\vec{a}+s\vec{b}$

$c_1=ra_1+sb_1\qquad |\cdot(-a_2)$

$c_2=ra_2+sb_2\qquad |\cdot a_1$

$c_2a_1-c_1a_2=s\ (a_1b_2-a_2b_1)$

$s=\dfrac{c_2a_1-c_1a_2}{a_1b_2-a_2b_1}$

Hier können wir nur durch „$-b_1a_2+a_1b_2$“ teilen, weil unsere Vorausetzung zeigt, dass $\underline{-b_1a_2+a_1b_2\neq 0}$

$q.e.d.$

Da **s** eindeutig definiert ist, ist $\vec{c}$ als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ darstellbar- was somit für alle 3 beliebigen Vektoren im IR^2 gilt.
Also:
$\vec{a},\vec{b},\vec{c}\ \ l.a.\ \ im\ \ \Re^2$ q.e.d.