

Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 1

Themen:	Integralrechnung
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	90 Minuten (2 Unterrichtsstunden)
Hilfsmittel:	Taschenrechner (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung.
Beachte:	a) Der Rechenweg muss bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte c) Schmierzettel werden nicht eingesammelt

Aufgaben:

1) Die Grafen der Funktionen $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$ und $g(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{2}$

schließen eine gemeinsame Fläche A ein.

- Zeichnen Sie beide Grafen in ein Koordinatensystem ein und markieren Sie die gemeinsame Fläche (1cm = 1LE).
- Berechnen Sie den Inhalt der von $f(x)$ und $g(x)$ umrandeten Fläche.

2) Für $0 < k < 3$ ist eine Schar von Funktionen gegeben mit $f_k(x) = -x^2 + kx$.

- Benennen Sie Gemeinsamkeiten der Graphen der Funktionenschar.
- Bestimmen Sie $k > 0$ so, dass die Flächen zwischen dem Graphen von $f_k(x)$ und der x-Achse zwischen $x = 0$ und $x = 3$ minimal wird.

3) Der Satz von Vieta erscheint sehr praktisch und treffsicher; aber so eine Aussage muss natürlich bewiesen werden...

Argumentieren Sie streng „straight-forward“, so wie wir es geübt haben.

4) Man sagt: Die Integration ist die Umkehrung zur Differenziation.

Belegen Sie dies bitte mit einer passenden Gleichung.

5) Bestimmen Sie bitte die Menge aller Stammfunktionen:

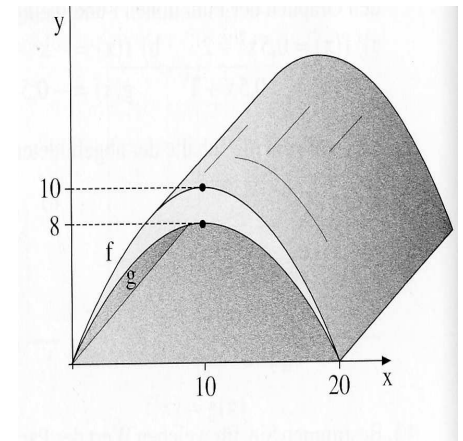
a) $\int (x^n) dx$

b) $\int \left(\frac{1}{x^2} + 2x + 1\right) dx$

c) $\int \left(-\frac{2}{\sqrt{x}} + \cos(x)\right) dx$

d) $\int (\sqrt{x} + \sin(x)) dx$

- 6) Das Dach einer 20m breiten und 60m langen Tennishalle soll einen Parabelbogen spannen. Berechnen Sie bitte, welchen Zuwachs das Luftvolumen der Halle erhält, wenn anstelle der ursprünglich geplanten Bauhöhe von 8m eine Höhe von 10m gewählt wird. (Bitte fassen Sie zunächst Ihre Lösungsstrategie in Worte).



7)

Berechnen Sie bitte jeweils die Nullstellen der Funktion f

a) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

b) $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$