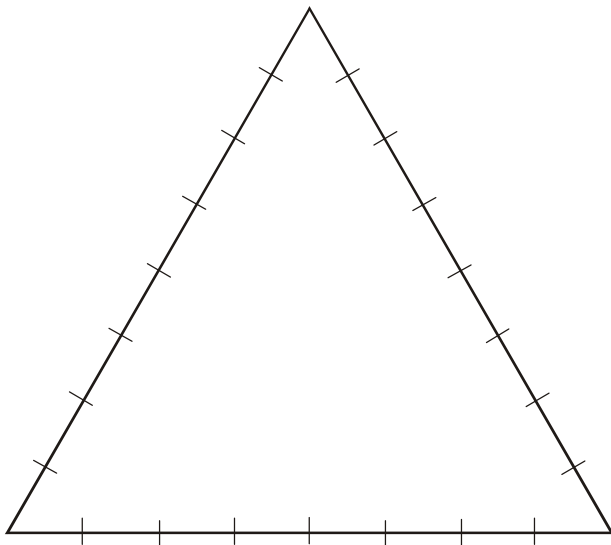


Dreimal Sierpinski (1)



Ein sehr bekanntes Fraktal ist das sogenannte Sierpinski-Dreieck, wie du es also Logo dieses Workshops rechts oben auf diesem Blatt findest.

Du kannst leicht selbst ein Sierpinski-Dreieck erzeugen. Unterteile dazu das folgende gleichseitige Dreieck in vier kleinere gleichseitige Dreiecke, indem du die Mittelpunkte der drei Seiten verbindest (für den Fall, das du kein Lineal zur Hand hast, sind schon einige Mittelpunkte markiert). Male nun das mittlere Dreieck schwarz aus. Mit den anderen drei gleichseitigen Dreiecken machst du nun das Gleiche: Teile sie durch Verbinden der Seitenmitten in vier kleinere gleichseitige Dreiecke und schwärze das mittlere. Nun wiederholst du das Ganze mit den verbleibenden neun Dreiecken. Eigentlich müsste man die mittleren Dreiecke ausschneiden, da an diesen Stellen „Löcher“ entstehen sollen. Das Ausmalen ist aber einfacher.



Nach wenigen Wiederholungen („Stufen“) kannst du schon erahnen, wie ein Sierpinski-Dreieck aussieht. Richtig zeichnen kannst du dieses Dreieck allerdings nicht, denn dann müßtest du das Verfahren von oben **unendlich** oft wiederholen und das geht ja bekanntlich nicht! Aber auch die wenigen Stufen, die man zeichnen kann, verraten schon ziemlich viel über das Sierpinski-Dreieck.

1. Eine interessante Eigenschaft des Sierpinski-Dreiecks ist wie bei allen Fraktalen die **Selbstähnlichkeit**. Was ist wohl damit gemeint?

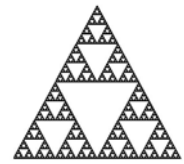
2. Versuche den Flächeninhalt eines Sierpinski-Dreiecks herauszubekommen. Fülle dazu die Tabelle und überlege dir, wie sich die Werte verändern, wenn man unendlich viele Stufen des Sierpinski-Dreieck betrachtet.

Stufe	0	1	2	3	4	10	n
Zahl der weißen Dreiecke	1	3					
Flächeninhalt eines weißen Dreiecks	1						
Gesamtflächeninhalt aller weißen Dreiecke	1						

Als Flächeninhalt des Sierpinski-Dreiecks ergibt sich dann: ... Flächeneinheiten

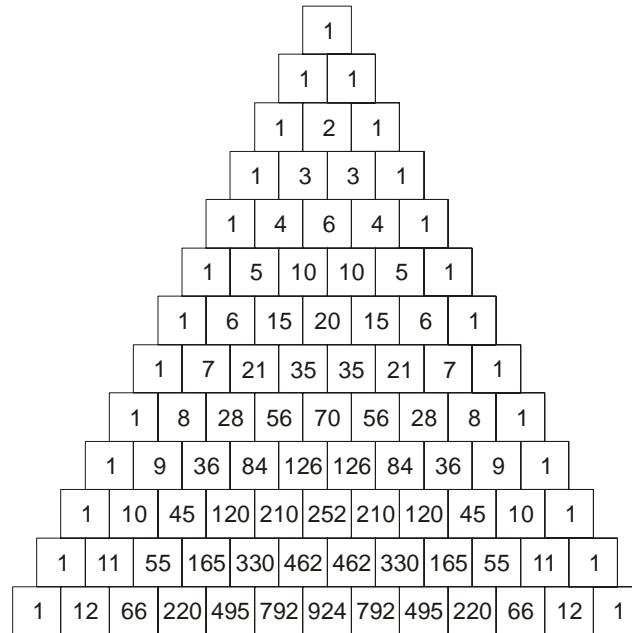
Das Sierpinski-Dreieck ist also gar kein Dreieck, sondern eher ein löchriges Sieb!

Dreimal Sierpinski (2)



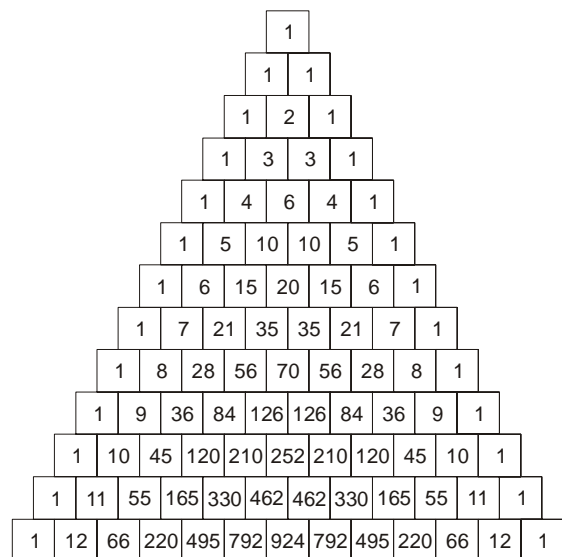
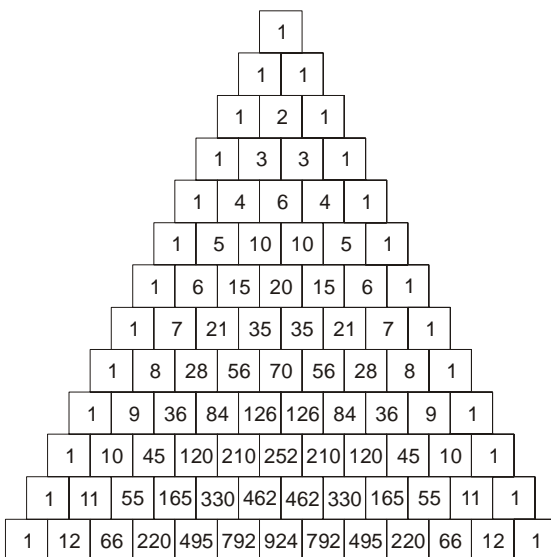
Eigentlich geht es nun nicht um ein Sierpinski - Dreieck, sondern um das Pascalsche Dreieck. Und das entsteht so:

Am linken und rechten Rand stehen lauter Einser. In den anderen Feldern steht immer die Summe der beiden darüberliegenden Felder.

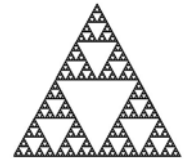


Male nun alle Kästchen, in denen eine gerade Zahl steht, schwarz aus. Welche Figur entsteht dabei?

Du kannst ja auch mal ausprobieren, welche Muster entstehen, wenn du z.B. alle Felder mit Vielfachen von 4 oder Felder mit Quadratzahlen einfärbst. Du wirst viele Verwandte des Sierpinski-Dreiecks finden!

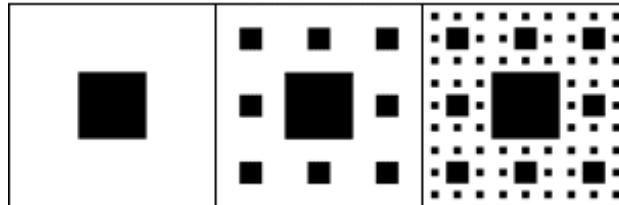


Dreimal Sierpinski (3)



Was passiert eigentlich, wenn man nicht mit einem Dreieck, sondern mit irgendeiner anderen Figur startet?

Startet man z.B. mit einem Quadrat, das man in gleichgroße kleinere Quadrate unterteilt und jeweils das mittlere entfernt, so erhält man einen „Sierpinski-Teppich“.



So ein Sierpinski-Teppich ist nicht nur schön, sondern auch sehr nützlich. Forscher an der Universität Boston haben eine Antenne für Funktelefone entwickelt, die nach diesem Muster aus einem quadratischen Metallplättchen gestanzt wird. Sie hat große Vorteile gegenüber der herkömmlichen Antennenform: Sie ist billiger herzustellen, leistungsfähiger und für einen weitaus größeren Frequenzbereich geeignet.

Auch mit einem Rechteck, z.B. einem Foto, kann man durch geschicktes Verkleinern und kopieren wieder ins Reich der Sierpinski-Verwandten gelangen.