Thema: **Analysis - Lineare Funktionen**
Kosten, Erlöse und Gewinn im Polypol

Blatt Nr.:

Merke:

Das **Polypol** ist eine **Marktform,** die durch sehr viele Anbieter auf der Angebotsseite und sehr viele Nachfrager auf der Nachfrageseite gekennzeichnet ist. Sie wird auch **vollständige Konkurrenz** genannt. Der einzelne Anbieter im Polypol, der **Polypolist**, hat dadurch keinen Einfluss auf den Marktpreis des von ihm angebotenen Produktes. Der **Marktpreis** ist für ihn durch den Markt **fest vorgegeben** und hängt nicht von der Produktionsmenge ab. Als sogenannter **Mengenanpasser** kann er lediglich die von ihm angebotene Menge variieren, die durch seine Kapazitätsgrenze x_{Kap} beschränkt wird.

Die Preisfunktion (auch: Preis-Absatz-Funktion) des polypolistischen Anbieters, die den Zusammenhang zwischen dem Marktpreis (auch Verkaufspreis oder Stückerlös) p und der vom Polypolisten angebotenen Menge x angibt, ist eine Konstante.

Im Folgenden steht ME für Mengeneinheiten und GE für Geldeinheiten.

Merke: **Gleichung der Preisfunktion $p(x)$ in GE pro ME im Polypol**

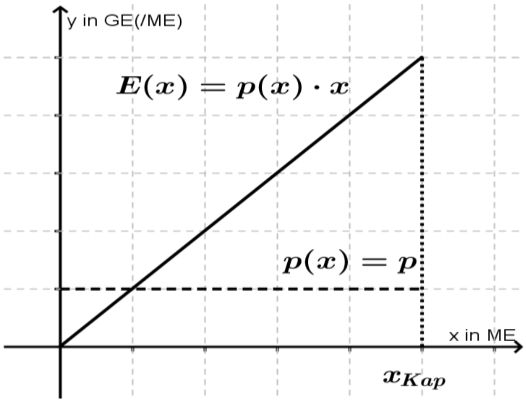
$$p(x) = p \text{ mit } p > 0,$$

wobei p in ME pro GE der **Marktpreis** (auch **Verkaufspreis** oder **Stückerlös**) ist.

Der Graph ist eine Parallele zur x-Achse.

Der Erlös (= Umsatz) $E(x)$ eines Unternehmens ist immer das Produkt aus dem Preis p und der verkauften Menge x:

$$E(x) = p \cdot x$$



Merke: **Gleichung der Erlösfunktion $E(x)$ in GE im Polypol**

$$E(x) = p \cdot x \text{ mit } p > 0,$$

wobei p (in GE pro ME) der **Marktpreis** (auch **Verkaufspreis** oder **Stückerlös**) und x in ME die Produktionsmenge bezeichnet.

Der Graph der Erlösfunktion im Polypol ist eine Gerade durch den Ursprung mit positiver Steigung p.

Den **maximalen Erlös** würde der Polypolist erzielen, wenn er die für ihn maximal mögliche Menge, seine **Kapazitätsgrenze** x_{Kap} produziert.

Wenn ein Anbieter ein Produkt auf einem Markt verkaufen möchte, gibt es neben dem **Erlös** zwei weitere betriebswirtschaftliche Größen, die für ihn relevant sind: die **Kosten** und der **Gewinn.** Wir wissen schon, dass sich der **Erlös** als Produkt aus dem Marktpreis und der verkauften Stückzahl ergibt.

Merke:

Die Herstellung von Gütern verursacht **Kosten** in Geldeinheiten (GE), die sich aus den **Fixkosten** und den **variablen Kosten** zusammensetzen. **Fixkosten** sind unabhängig von der Produktionsmenge (z. B. Miete oder Lagerhaltungskosten). **Variable Kosten** sind von der Produktionsmenge abhängig (z. B. Materialkosten oder Löhne).

In der Realität sind Kostenfunktionen schwierig zu bestimmen. Man muss sich deshalb oft mit Modellen begnügen. Im einfachsten Fall nimmt man an, dass die Zunahme der Produktionsmenge um eine Einheit **immer die gleiche Zunahme der Kosten** zu Folge hat, dass der Zusammenhang zwischen Produktionsmenge und Kosten also linear ist. Kennt man die variablen Kosten für eine Mengeneinheit des Gutes, so nennt man die Kosten **variable Stückkosten**.

Definition:

Eine Funktion, die jeder Produktionsmenge x in ME die Kosten $K(x)$ in GE zuordnet, heißt **Kostenfunktion.** Die **Gesamtkosten $\boldsymbol{K(x)}$** in GE setzen sich aus **Fixkosten $\boldsymbol{K_f}$** in GE und **variablen Kosten $\boldsymbol{K_v(x)}$** in GE zusammen:

$$K(x) = K_v(x) + K_f$$

Wird - wie hier - ein linearer Zusammenhang unterstellt, so ergeben sich die variablen Kosten $K_v(x)$ als Produkt der **variablen Stückkosten $\boldsymbol{k_v}$** und der **Produktionsmenge $\boldsymbol{x}$**, also:

$$K_v(x) = k_v \cdot x$$

Damit ergibt sich für die (Gesamt-) Kostenfunktion $K(x)$

$$K(x) = k_v \cdot x + K_f$$

Dabei ist $x \in D_{ök}$ mit $D_{ök} = [0; x_{Kap}]$, wobei x_{Kap} die **Kapazitätsgrenze** ist und $D_{ök}$ den **ökonomische Definitionsbereich** bezeichnet.

Die **maximalen Kosten** ergeben sich an der Kapazitätsgrenze.

Der **Gewinn** berechnet sich, indem man die Kosten vom Erlös subtrahiert.

Definition:

Eine Funktion, die jeder Produktionsmenge x in ME den Gewinn $G(x)$ in GE zuordnet, heißt **Gewinnfunktion.** Dabei ist $x \in [0; x_{Kap}]$. Der **Gewinn** ist die Differenz von Erlös und Kosten:

$$\boldsymbol{G(x) = E(x) - K(x)}$$

Merke:

Für jedes Unternehmen ist es wichtig zu wissen, ab welcher produzierten Stückzahl eines Gutes Gewinn erzielt wird und welcher Gewinn maximal erwirtschaftet werden kann.

Die Nullstelle der Gewinnfunktion gibt die Produktionsmenge an, bei welcher der Gewinn 0 GE beträgt. Man nennt diese Nullstelle **Gewinnschwelle.**

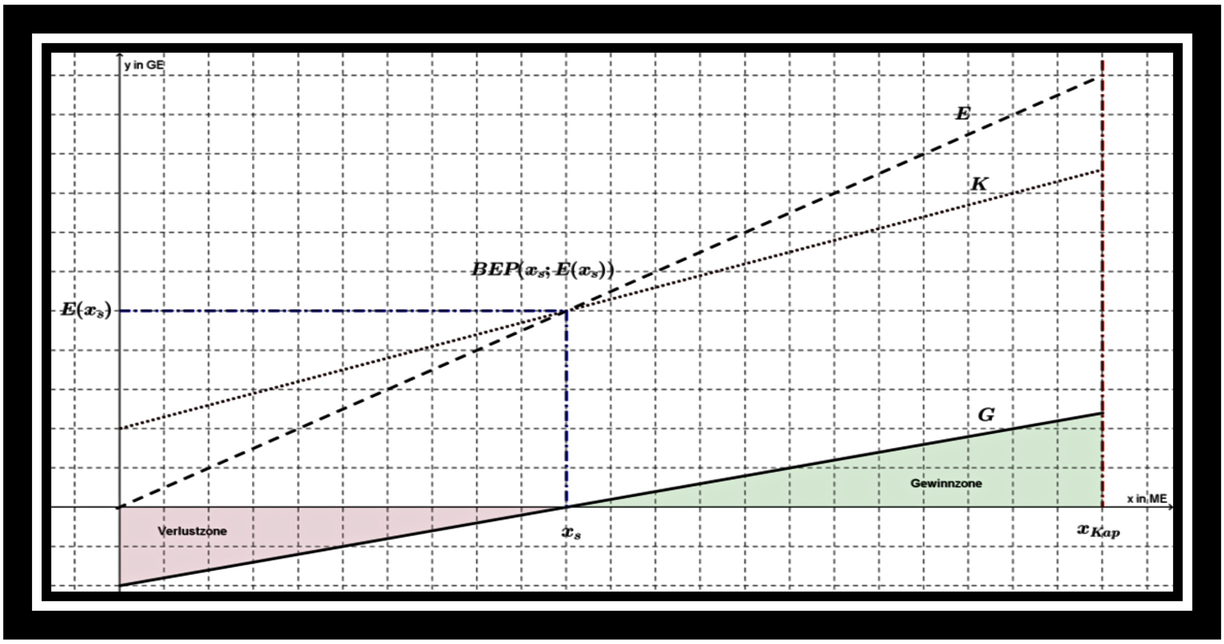
Wird eine geringere Menge produziert und abgesetzt, erwirtschaftet das Unternehmen einen **Verlust,** d. h. man bewegt sich in der **Verlustzone.**

Wird eine größere Menge produziert und abgesetzt, erzielt das Unternehmen einen **Gewinn,** d. h. man bewegt sich in der **Gewinnzone.**

Alternativ lässt sich die Gewinnschwelle auch als x-Koordinate des Schnittpunkt der Graphen der Erlösfunktion und der Kostenfunktion berechnen. Dieser Schnittpunkt heißt **Break-Even-Point (BEP).**

Der **maximale Gewinn** liegt im Falle einer linearen Gewinnfunktion an der Kapazitätsgrenze.

Gewinnanalyse im Polypol



Definition:

Die Nullstelle $\boldsymbol{x_S}$ der Gewinnfunktion heißt **Gewinnschwelle.** Sie kennzeichnet jene Menge, ab der das Unternehmen Gewinn erwirtschaftet und lässt sich auf zwei Arten berechnen:

$G(x_s) = 0$ oder $E(x_s) = K(x_s)$

Die Gewinnschwelle ist auch die x-Koordinate des Schnittpunkts der Kosten- und Erlösfunktion. Dieser Schnittpunkt heißt **Break-Even-Point $\boldsymbol{BEP}$** und hat die Koordinaten $BEP\big(x_s; E(x_s)\big)$.

Die **Verlustzone** liegt im Intervall $[0; x_s[$, die **Gewinnzone** liegt im Intervall $]x_s; x_{Kap}]$.