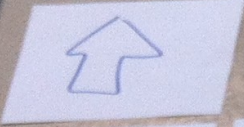


Anderungsrate:
Quotient der Differenz
der Funktionswerte
 $f(x_0+h)$ & $f(x_0)$

findet nur
Anwendung in
Intervallen

Mittlere
Anderungs-
rate

kann positiv oder
negativ
sein



Hurdeschritten-
aufgabe

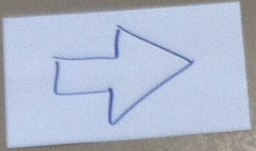
Die Ableitung an den Stellen
entspricht der Steigung der
Tangente an den Graphen
im Punkt $P(x_0, f(x_0))$
- diese entspricht bei Kurven
oder maximalen Stellenwert
des Funktion f an der Stelle x_0

Lokale
Extrema
Anderungs-
rate

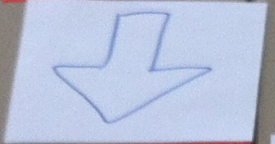
Grenz-
wert

Differenzen-
quotient

Ableitung



Bei Anwendung wird die
Ableitung auch momentane
Anderungsrate genannt.



Punkt P links von
 $P_0 = h$ negativ
→ $\frac{f(x_0-h) - f(x_0)}{-h}$

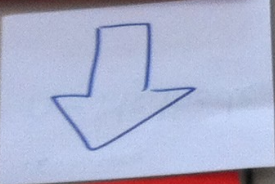
Punkt P rechts von
 $P_0 = h$ positiv

h-Methode

$$\lim_{h \rightarrow 0} f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Punkte ganz ganz
nah zusammen
schieben

h sollte soweit
wie möglich am
Wert 0 sein



Steigung zwischen
2 Punkten auf einem
Graphen

Sekanten-
steigung

Sekantensteigung:
- berechnet mit den Punkten
 $P(x_0/f(x_0))$ und $Q(x_0+h/f(x_0+h))$ und dem
Differenzquotienten:
 $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$



MIRA
ANNE
HELENA
GABRIEL
ESKE

Sekante:
eine Gerade die an 2
Punkten den Graph
schneidet



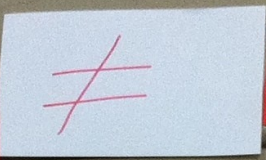
h-Methode

Ableitung

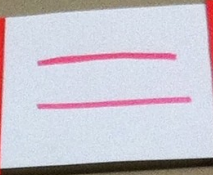
→ Nicht zur Berechnung von der Steigung von Punkten (auf ein Punkt)

Lokale Änderungsrate

genaue Steigung an einem Punkt



Mittlere Änderungsrate



Sekantensteigung

Ungeau (keine Maximalwerte der Steigung erreichbar)

Zwischen zwei Punkten

linksseitig und rechtsseitig

Grenzwert des Differenzenquotienten

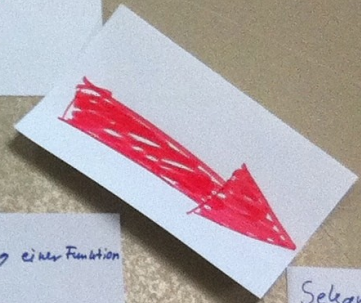
Tangentensteigung $g(x) = mx + n$

$$m_{\text{sekante}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

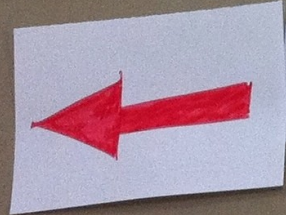


rechtsseitig



$$f'(x_0) = \frac{f(x_0-h) - f(x_0)}{-h}$$

linksseitig



h-Methode

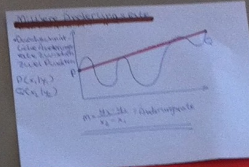
Mittlere Steigung einer Funktion

Sekantensteigung

linksseitiger und rechtsseitiger Differenzenquotient müssen übereinstimmen

Ableitung der Ableitung (Differenzialrechnung)
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Ableitung



Mittlere
Änderungs-
rate

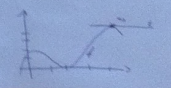
Allgemeine Formel $\left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h}\right)$ zu gegeben
 x_1, x_2 und f
z. B. $f(x) = x^2$
Beispiel: $x_1 = 1, x_2 = 2, h = 1$

h-Methode

Sekantensteigung
↓
Steigung der Sekante ist durch
zwei verschiedene Punkte eines
Geraden oder Funktion f
gegeben
↙ ↘
 $m_s = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ oder
 $m_s(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
(Sekantensteigungs-
funktion)

Sekanten-
steigung

Ableitung von f an der Stelle x
Tangentensteigung



Lokale
Änderungs-
rate

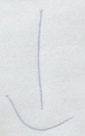
Ableitung

- Differenzquotient (Form aufstellen)
- $$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$
- ↳ umformen
- ↳ Ableitung an Stelle x_0
- Grenzwertbestimmung



h-Methode

h-Methode
 Punkte ganz nah zusammen wählen
 h sollte so nah wie möglich an 0 sein
 Wert 0 sein
 Ein $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$
 $x \rightarrow x_0$
 Bestmöglicher und Endwertiges Grenzwert
 des D. Differenzquotienten werden über den
 Grenzwert erreicht.



Lokale Änderungsrate

Erklärung
 - momentane Änderungsrate
 - bestmöglicher Wert
 - Ableitung
 (lokale Änderungsrate
 ↳ Differenzquotient)

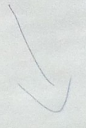
Beispiel
 Als wir 200m
 bis zu 100m spürten 200m
 ↳ -> lokale Änderungsrate 10 km/h
 heißt lokale Änderungsrate
 um 10-20 km/h
 dann lokale Änderungsrate

Sekantensteigung

2 Punkte berechnung $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
 ↳ Differenzquotient

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

 ↳ Intervall

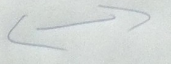


Mittlere Änderungsrate

Bei Funktionen:

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

 - man benötigt ein Intervall



**Tangenten-
steigung**

Tangentensteigung
 Die Steigung einer Tangente lässt sich als Ableitung einer Funktion f an einer Stelle x_0 näherungsweise bestimmen.
 1. Gegeben zwei Aufeinanderfolgende Punkte $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$ einer Kurve, durch die Kurve f muss bestimmt werden.
 2. Die Steigung der Tangente bestimmen mit Hilfe der Steigung der Sekante (Differenzquotient) an den entsprechenden Punkten.

Tangentensteigung
 Die Steigung einer Tangente lässt sich als Ableitung einer Funktion f an einer Stelle x_0 näherungsweise bestimmen.
 1. Gegeben zwei Aufeinanderfolgende Punkte $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$ einer Kurve, durch die Kurve f muss bestimmt werden.
 2. Die Steigung der Tangente bestimmen mit Hilfe der Steigung der Sekante (Differenzquotient) an den entsprechenden Punkten.

Formelhaft
 Faktorregel
 Summenregel
 → weitere Regeln zur Berechnung der Ableitung

Ableitung

Differenzierbarkeit

Man stelle sich Form für den Differenzquotienten an. Der Differenzquotient wird so umgeformt, dass er leichter zu integrieren ist. Welche Ableitung lässt sich für $h \rightarrow 0$ berechnen?

h-Methode

Grenzwert für $h \rightarrow 0$ bestimmen

h-Methode

Die Punkte ganz ganz nah zueinander haben heißt

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$
 h ist so nah wie möglich dem Wert 0 sein

**Sekanten-
steigung**

Sekante: schneidet eine Funktion in 2 Punkten?

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

 Die Steigung der Sekante wird durch die Punkte $P_1(x_0, f(x_0))$, $P_2(x_0+h, f(x_0+h))$ berechnet.

Beispiel:
 $f(x) = x^2$, $f'(x) = 2x$
 $\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 - 0}{2} = 2$

h-Methode **Rechteckige**

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{2\sqrt{x_0+h} - 2\sqrt{x_0}}{h}$$

$$= \frac{2(\sqrt{x_0+h} - \sqrt{x_0})}{h}$$

$$= \frac{2(\sqrt{x_0+h} - \sqrt{x_0})(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}{h(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}$$

$$= \frac{2(x_0+h - x_0)}{h(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}$$

$$= \frac{2h}{h(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0}} = \frac{2}{2\sqrt{x_0}} = \frac{1}{\sqrt{x_0}}$$

h-Methode
 Der Rechteckige und Liniensteige
 Grenzwert der Differenzquotienten
 müssen übereinstimmen damit die Ableitung an einer bestimmten Stelle existiert

h-Methode **Kreisbogen**

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{2\sqrt{x_0+h} - 2\sqrt{x_0}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x_0+h} - 2\sqrt{x_0}}{h} = \frac{2(\sqrt{x_0+h} - \sqrt{x_0})}{h}$$

$$= \frac{2(\sqrt{x_0+h} - \sqrt{x_0})(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}{h(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}$$

$$= \frac{2(x_0+h - x_0)}{h(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}$$

$$= \frac{2h}{h(\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0})}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0}} = \frac{2}{2\sqrt{x_0}} = \frac{1}{\sqrt{x_0}}$$

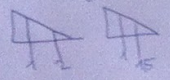
**Lokale
Änderungs-
rate**

Um die Geschwindigkeit ein
 zugreifen betrachtet man
 immer kleiner werdende
 messintervalle Δx und
 solche Werte nach dem
 Zeitpunkt.

Die mittleren Änderungs-
 raten von $s(t)$ geben
 die Steigung der Geraden
 g durch die Punkte
 P_1 und P_2 an.

Die Änderungsrate
 der Weggröße s entspricht
 der Durchschnittsgeschwindigkeit
 im betrachteten Intervall.

Geschwindigkeiten
 werden in Zeitintervalle
 eingeteilt
Beispiel



**Mittlere
Änderungs-
rate**

durchschnittliche
 Änderung

**Differenzen-
quotient**

Die mittlere Geschwindigkeit
 ist auch der Differenzen-
 quotient

Ableitung an der Stelle
 entspricht der Steigung
 Tangente an den Graphen
 Punkt $P(x_0, f(x_0))$
 entspricht der Änderung
 durch Änderung Δx an
 f an der Stelle x_0 .

Der Grenzwert wird
 bestimmt und Gerade g
 nähert sich immer an
 den Graphen von f an.

Messintervalle
 werden mit
 den mittleren
 Änderungsraten
 von $s(t)$
 berechnet