OBERMAYR EUROPA-SCHULE

Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 1

Thema:	**Lineare Algebra und analytische Geometrie** (Gauß-Algorithmus, Vektoren, lineare Ab- / Unabhängigkeit, Parameterdarstellung von Geraden und Ebenen, Vektoren mit Formvariablen, gegenseitige Lage von Geraden, vektorieller Ansatz für elementargeometrische Probleme)
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Taschenrechner (ohne Grafik; nicht programmierbar), Beachte: a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte; insgesamt 84+2 Punkte

Aufgaben:

Entwickeln und Lösen von LGS

1) 1 Flasche Bier kostet 0,50€
1 Flasche Sekt kostet 10,00€
1 Flasche Wein kostet 3,00€
Es sollen 100 Flaschen für genau 100€ gekauft werden.

Entwickle ein geeignetes lineares Gleichungssystem und bearbeite es systematisch. Analysiere, welche Möglichkeiten es für den Einkauf gibt .

(8 Punkte)

Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren; Linearkombination

2)

$$\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}a\\2\\-2\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\-1\\a\end{pmatrix}$$

a) Berechne mit Ansatz, für welche Werte des Parameters a diese Vektoren linear unabhängig sind.

---

b)

$$\begin{pmatrix}23\\1\\10\end{pmatrix}$$

Für a = 3 stellen Sie bitte diesen Vektor als Linearkombination der 3 obigen Vektoren (A 2a) dar. *mit Ansatz und systematischer Umformung des LGS.*

(20 Punkte)

Vektorielle Darstellung von Geraden und Ebenen

3) Untersuchen Sie die beiden Geraden g und h mit

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix}5\\6\\8\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix} \qquad und \qquad h: \vec{x} = \begin{pmatrix}4\\5\\7\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$$

auf ihre Lage.

(8 Punkte)

4) a) Gegeben sind eine Gerade g und eine Ebene E jeweils in Parameterform.
Erläutern Sie bitte, welche Bedingungen zu fordern sind, damit $g \subseteq E$

b) Untersuchen Sie bitte, ob die Punkte A(3|0|2), B(5|1|9), C(6|2|7), D(8|3|14) in einer gemeinsamen Ebene liegen.

(10 Punkte)

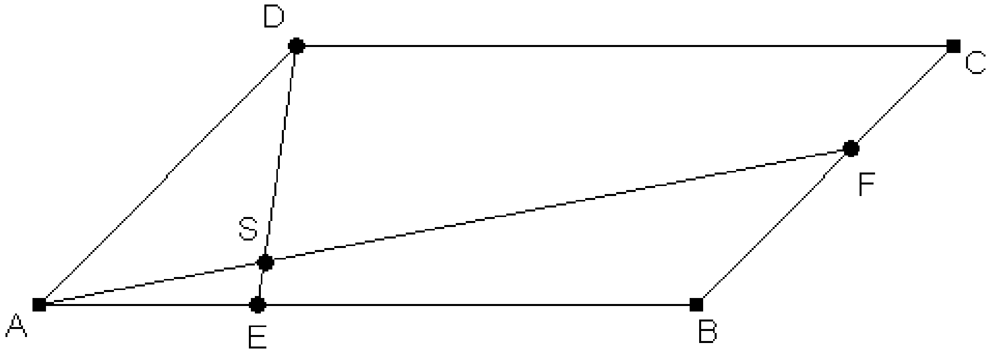
5) $g_t : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -3t \end{pmatrix}$ *und* $h_t : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2t \\ 4 \end{pmatrix}$

Berechnen Sie bitte, wie $t \in IR$ gewählt werden muss, damit g_t und h_t windschief sind

(20 Punkte)

. Elementargeometrie und Vektoransatz

6) a) In einem Parallelogramm ABCD wird die Strecke $\overline{AB}$ durch E im Verhältnis 1:2 , die Strecke $\overline{BC}$ durch F im Verhältnis 3:2 geteilt.



Berechnen Sie mit <u>Vektoransatz</u> in welchem Verhältnis S die Strecken $\overline{AF}$ und $\overline{DE}$ teilt.

b) Beweisen Sie bitte folgenden Satz:

Sind $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ die Ortsvektoren der Eckpunkte eines Dreiecks, dann ist

$$\vec{s} = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$$

der Ortsvektor des Schwerpunktes des Dreiecks.

(18 Punkte)