

Stochastik

Aufgaben

Im folgenden Kasten handelt es sich um einen fiktiven, aber nicht unrealistischen Zeitungsartikel über die Phantasiekrankheit TIN:

Firma L&T verantwortlich für die Krankheit TIN?

Usse – Im Gemeindeverband Usse mit seinen 9625 Einwohnern hätte es statistisch gesehen viel weniger als die 12 TIN-Krankheitsfälle bei Männern in den letzten acht Jahren geben dürfen. Einen ursächlichen Zusammenhang mit den Abgasen der Firma L&T in Usse wird man aber nicht beweisen können, obwohl bekannt ist, dass die Schadstoffe, die das Werk in die Umwelt abgibt, die Krankheit TIN auslösen können.

Statistisch gesehen dürfte es in Usse unter den Männern (49% der Menschen in Usse sind männlich) nur 5,2 TIN-Fälle geben. Demzufolge ist die Häufigkeit für diese Krankheit bei Männern in Usse mehr als doppelt so hoch wie im Bundesdurchschnitt; ein signifikanter Unterschied.

Dass die Abgase ein Risikofaktor für TIN sind, stellt auch Frau B. vom Landesgesundheitsamt fest, es gäbe aber noch andere Gründe. [...]

- 1.1 Bestätigen Sie durch Rechnung mithilfe der Daten des obigen Zeitungsartikels, dass die Wahrscheinlichkeit für einen in Deutschland lebenden Mann innerhalb von acht Jahren an der Krankheit TIN zu erkranken 0,11% beträgt.

(5 BE)

- 1.2 Von den rund 82 Millionen Einwohnern Deutschlands wurden in den letzten acht Jahren 2500 zufällig ausgewählte Männer beobachtet. Erläutern Sie in diesem Zusammenhang die folgende Rechnung.

$$\sum_{k=0}^3 \binom{2500}{k} \cdot 0,0011^k \cdot 0,9989^{2500-k} \approx 70,3\%$$

(5 BE)

2. Die statistischen Daten des Gemeindeverbands Usse können als Stichprobe für einen Hypothesentest zur Bestätigung der Behauptung „Es besteht für Männer im Gemeindeverband Usse ein erhöhtes Risiko an TIN zu erkranken“ verwendet werden.

- 2.1 Benennen Sie die Nullhypothese und die Gegenhypothese dieses Hypothesentests.

(2 BE)

- 2.2 In der Testtheorie spricht man von einem „signifikanten Unterschied“, wenn die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit nicht mehr als 5% beträgt und das Ergebnis der Stichprobe zur Ablehnung von der Nullhypothese führt.
Bestätigen Sie durch Rechnung die Aussage des Zeitungsartikels, dass ein „signifikanter Unterschied“ besteht. Bestimmen Sie den Annahme- und den Ablehnungsbereich.
- (8 BE)**
- 2.3 Angenommen, die Wahrscheinlichkeit p_1 für einen im Gemeindeverband Usse lebenden Mann innerhalb von acht Jahren an TIN zu erkranken ist tatsächlich erhöht und beträgt 0,25%.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler 2. Art bei dem Test aus Aufgabenteil 2.2 zu begehen, und erläutern Sie den Wert im Sachzusammenhang.
- (6 BE)**
- 2.4 Material 2 zeigt die Operationscharakteristik des Hypothesentestes mit dem Signifikanzniveau von 5%. Beschreiben Sie die Bedeutung der Operationscharakteristik und ermitteln Sie, welche Werte die tatsächliche Wahrscheinlichkeit p_1 annehmen kann, damit die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art unter 10% liegt.
- (4 BE)**

Material 1

Binomialsummenfunktion $F_{n,p}(k) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$

$n = 4716$

p=	0,0011	0,0025	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	p=
k=												k=
0	0,0056	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0345	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0,1096	0,0006	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
3	0,2395	0,0027	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
4	0,4081	0,0087	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
5	0,5831	0,0231	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
6	0,7343	0,0513	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
7	0,8464	0,0988	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	0	7
8	0,9191	0,1689	0,0002	0	0	0	0	0	0	0	0	8
9	0,9609	0,2609	0,0005	0	0	0	0	0	0	0	0	9
10	0,9826	0,3694	0,0014	0	0	0	0	0	0	0	0	10
11	0,9929	0,4857	0,0031	0	0	0	0	0	0	0	0	11
12	0,9973	0,6000	0,0066	0	0	0	0	0	0	0	0	12
13	0,9990	0,7037	0,0130	0	0	0	0	0	0	0	0	13
14	0,9997	0,7909	0,0237	0	0	0	0	0	0	0	0	14
15	0,9999	0,8595	0,0407	0	0	0	0	0	0	0	0	15
16	1	0,9100	0,0656	0	0	0	0	0	0	0	0	16
17	1	0,9450	0,1003	0	0	0	0	0	0	0	0	17
18	1	0,9679	0,1458	0	0	0	0	0	0	0	0	18
19	1	0,9820	0,2024	0	0	0	0	0	0	0	0	19
20	1	0,9904	0,2691	0	0	0	0	0	0	0	0	20
21	1	0,9951	0,3442	0	0	0	0	0	0	0	0	21
22	1	0,9976	0,4246	0	0	0	0	0	0	0	0	22
23	1	0,9988	0,5071	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	23
24	1	0,9995	0,5881	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	24
25	1	0,9998	0,6646	0,0003	0	0	0	0	0	0	0	25
26	1	0,9999	0,7339	0,0005	0	0	0	0	0	0	0	26
27	1	1	0,7944	0,0010	0	0	0	0	0	0	0	27
28	1	1	0,8453	0,0017	0	0	0	0	0	0	0	28
p=	0,0011	0,0025	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	p=

Die Werte 1 und 0 bedeuten: Die angegebenen Wahrscheinlichkeiten sind auf 4 Stellen gerundet 1,0000 bzw. 0,0000.

Material 2

